ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ ΦΥΣΙΚΗΣ

ΛΥΚΕΙΟΥ

Γενικά Θέματα

Διεθνές Σύστημα (S.I.)

Μέγεθος	Σύμβολο	Μονάδα		Σύμβολο
Μήκος	L	μέτρο	meter	m
Μάζα	m	χιλιόγραμμο	Kilogram	Kg
Χρόνος	t	δευτερόλεπτο	second	sec
Ένταση ρεύματος	i	Αμπέρ	Amperes	A
Θερμοκρασία	T	Βαθμός Κέλβιν	Kelvin	K
Ποσότητα		μολ	mole	mole
Ένταση φωτός	I	Καντέλα	Candela	cd
Επίπεδη γωνία	φ	ακτίνιο	radian	rad
Στερεά γωνία			steredian	sr

Πολλαπλάσια – Υποπολλαπλάσια

Πολλαπλάσια		Υποπολλαπλάσια	
deka	da = 10^1	deci	d = 10^{-1}
hecto	h = 10^2	centi	c = 10^{-2}
Kilo	K = 10^3	milli	m = 10^{-3}
Mega	M = 10^6	micro	μ = 10^{-6}
Giga	G = 10^9	nano	n = 10^{-9}
Terra	T = 10^{12}	pico	p = 10^{-12}
Peta	P = 10^{15}	femto	f = 10^{-15}
Exa	E = 10^{18}	atto	a = 10^{-18}

Παραδείγματα χρήσης Πολλαπλασίων—Υποπολλαπλασίων:

12 cm = 12 10^{-2} m = 0,12 m

220 μm = 220·10^{-6} m

15 KW = 15·10^3 W

200 nF = 200·10^{-9} F

Μονάδες εμβαδού όγκου

Τυπικά είναι το m^2 και το m^3. Οι μετατροπές από τις βασικές μονάδες γίνονται ως εξής:

$cm = 10^{-2}\,m \Leftrightarrow (cm)^2 = (10^{-2}\,m)^2 \Leftrightarrow cm^2 = 10^{-4}\,m^2$

$mm = 10^{-3}\,m \Leftrightarrow (mm)^3 = (10^{-2}\,m)^3 \Leftrightarrow mm^3 = 10^{-6}\,m^3$

Ακόμα ισχύουν:

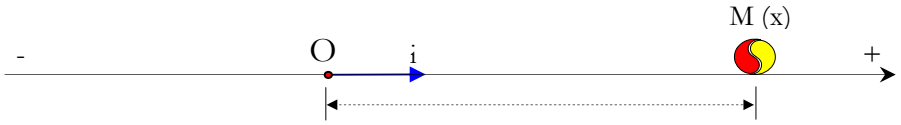
$1\,L = 10^{-3}\,m^3$, $1\,m^3 = 10^3\,L$

$1\,L = 10^3\,mL$, $1\,mL = 10^{-3}\,L$

Κινήσεις

Α. Σε ευθεία γραμμή

Χρειαζόμαστε ένα αριθμό x που είναι η απόσταση του σώματος από την αρχή των αξόνων, με το πρόσημό του. Αν γνωρίζουμε την συνάρτηση x(t) δηλαδή τις θέσεις του σημείου κάθε χρονική στιγμή τότε έχουμε περιγράψει πλήρως την κίνηση. Η συνάρτηση x=x(t) ονομάζεται *εξίσωση κίνησης*.

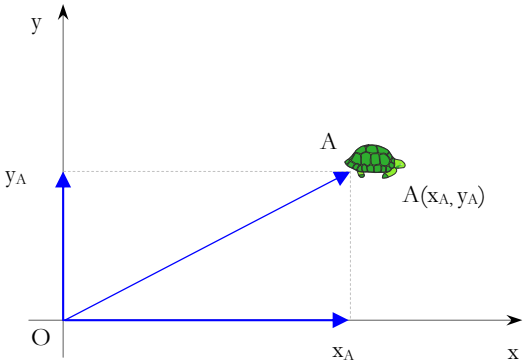


Β. Σε επίπεδο

Χρειαζόμαστε δύο αριθμούς x και y που είναι οι αποστάσεις του σώματος από την αρχή των αξόνων στον x άξονα και τον y άξονα αντίστοιχα.

Το x λέγεται τετμημένη και το y τεταγμένη, και οι δύο μαζί συντεταγμένες.

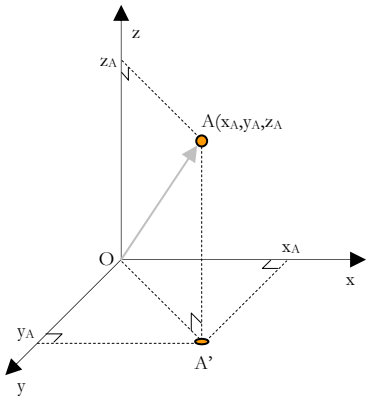
Η δυάδα (x(t), y(t)) προσδιορίζει πλήρως την θέση του σώματος στο επίπεδο την χρονική στιγμή t.



Γ. Στον χώρο

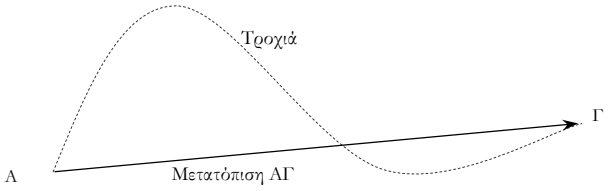
Χρειαζόμαστε τρεις αριθμούς x y και z που είναι η αποστάσεις του σώματος από την αρχή των αξόνων στον x τον y και στον z άξονα αντίστοιχα.

Η τριάδα των εξισώσεων κίνησης $\vec{r}(t)=(x(t),y(t),z(t))$ προσδιορίζει πλήρως την θέση του σώματος στον χώρο την χρονική στιγμή t.



Μετατόπιση Δx

Είναι ένα διάνυσμα από την αρχική μέχρι την τελική θέση του σώματος. Γενικά δίνεται από την σχέση $\vec{\Delta r}=\vec{r_2}-\vec{r_1}$ όπου τα διανύσματα r_1 και r_2 είναι τα διανύσματα θέσης του σώματος στην τελική και αρχική θέση αντίστοιχα.
Σε ευθεία γραμμή ισχύει σε μέτρα $\Delta x = x_2-x_1$



Διάστημα S

Είναι το συνολικό μήκος της τροχιάς του σώματος. Είναι μονόμετρο μέγεθος.

Ταχύτητα u (Velocity)

Είναι ο ρυθμός μεταβολής της θέσης ενός σώματος. $\vec{u}=\frac{\vec{\Delta r}}{\Delta t}$ όπου r το διάνυσμα θέσης του σώματος. (Δες σχήμα στην καμπυλόγραμμη κίνηση σελ 11)

Σε ευθεία γραμμή $\vec{u} = \frac{\overrightarrow{\Delta x}}{\Delta t}$ και με μέτρο $u = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$ ή και απλούστερα $u = \frac{x}{t}$

Μονάδα $\mathbf{m/sec^2}$

Στιγμιαία: $\vec{u} = \underset{\Delta t \to 0}{\text{όριο}} \frac{\overrightarrow{\Delta r}}{\Delta t}$ ή αλλιώς η παράγωγος της θέσης $\overrightarrow{r(t)}$

Μέση Ταχύτητα: $\bar{u} = u_{\mu} = \frac{S_{ολ}}{t_{ολ}}$

Ευθύγραμμη Ομαλή Κίνηση

Ορισμός: Είναι η ευθύγραμμη κίνηση με σταθερή σε μέτρο και φορά ταχύτητα.

ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΗ ΟΜΑΛΗ ΚΙΝΗΣΗ $\Leftrightarrow$ ΤΑΧΥΤΗΤΑ ΣΤΑΘΕΡΗ

Εξισώσεις

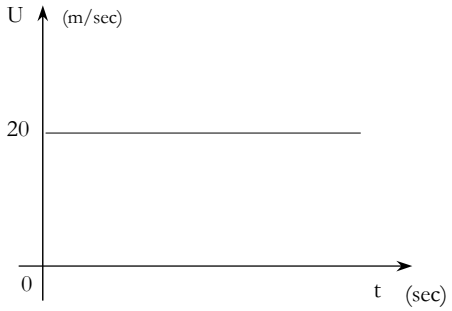
u = σταθερή

$x = x_o + u(t - t_o)$ ή $x = x_o + ut$ ή $x = ut$ (αν $x_o = 0$)

όπου x_o η αρχική θέση του σώματος (την $t_o = 0$ sec)

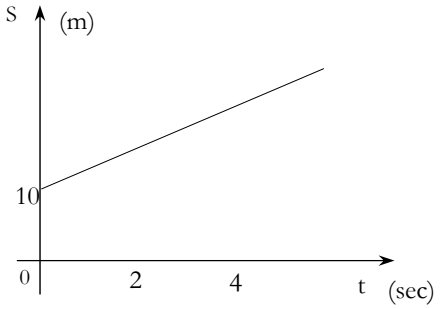
Διαγράμματα

Διάγραμμα Ταχύτητας—Χρόνου



Η ταχύτητα ούτε αυξάνεται ούτε μειώνεται

Διάγραμμα Θέσης—Χρόνου
(ή μετατόπισης—χρόνου
ή διαστήματος—χρόνου)



Ευθεία γραμμή στο διάγραμμα x-t σημαίνει σταθερή ταχύτητα άρα Ε.Ο.Κ. ή ακίνητο σώμα.

Επιτάχυνση

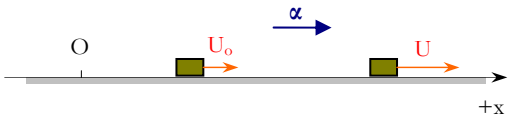
Φυσικό μέγεθος που μας δείχνει πόσο γρήγορα αλλάζει το διάνυσμα της ταχύτητας u

Η στιγμιαία τιμή της $\vec{\alpha} = \underset{\Delta t \to 0}{\text{όριο}} \frac{\vec{\Delta u}}{\Delta t}$ Πιο απλά: $\vec{\alpha} = \frac{\vec{\Delta u}}{\Delta t}$ ή $\alpha = \frac{\Delta u}{\Delta t} = \frac{u_2 - u_1}{t_2 - t_1}$

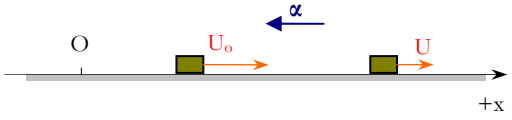
Μονάδα m/sec^2

Το διάνυσμα της επιτάχυνσης είναι ίδιας κατεύθυνσης με αυτό *της μεταβολής της ταχύτητας* $\vec{\Delta u}$, άρα:

Η επιτάχυνση α έχει την ίδια φορά με την ταχύτητα όταν αυτή αυξάνεται (επιτάχυνση)



Η επιτάχυνση α έχει την αντίθετη φορά με την ταχύτητα όταν αυτή μειώνεται (επιβράδυνση)

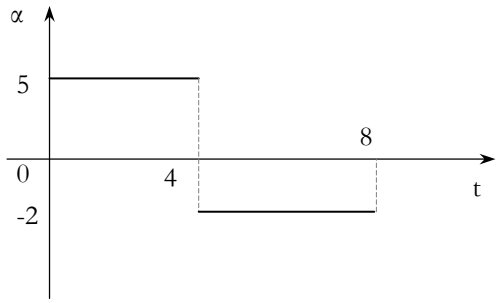


Ευθύγραμμη Ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση

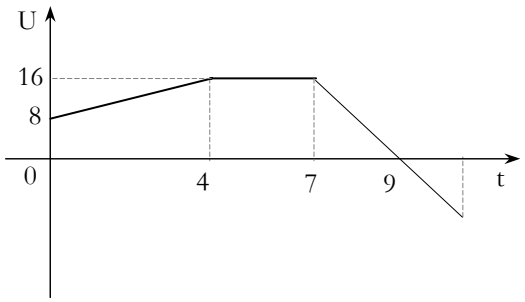
Είναι η κίνηση στην οποία το σώμα κινείται σε ευθεία γραμμή και η επιτάχυνσή του α είναι σταθερή.
ή
Ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη είναι η κίνηση που κάνει ένα σώμα όταν το διάνυσμα $\vec{a}$ της επιτάχυνσής του είναι σταθερό.

ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΗ ΟΜΑΛΑ ΕΠΙΤΑΧΥΝΟΜΕΝΗ ΚΙΝΗΣΗ ⇔ ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΗ ΣΤΑΘΕΡΗ

Διαγράμματα

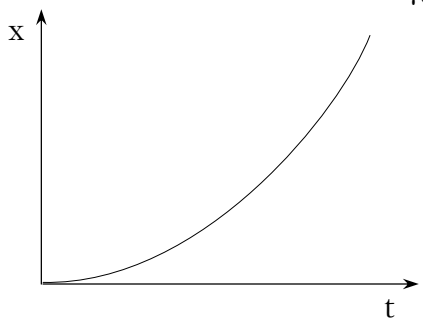


Διάγραμμα επιτάχυνσης - χρόνου

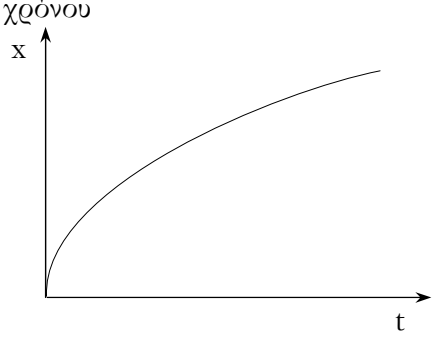


Διάγραμμα ταχύτητας – χρόνου

Διαγράμματα θέσης – χρόνου



επιτάχυνση



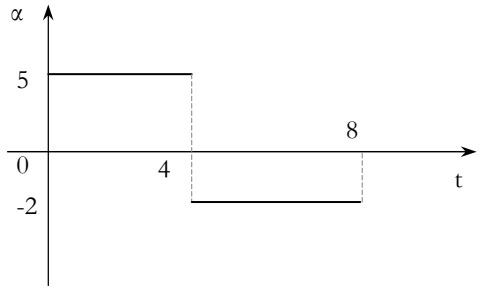
επιβράδυνση

Εξισώσεις Ευθύγραμμης Ομαλά Επιταχυνόμενης κίνησης

Εξισώσεις Ε.Ο.Ε.Κ. με αρχική ταχύτητα ($u_o \neq 0$)

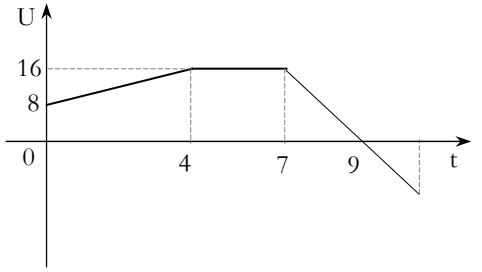
Επιτάχυνση (α>0)	Επιβράδυνση (α<0)
$\alpha = \sigma\tau\alpha\theta\epsilon\rho\acute{\eta}$ $u = u_o + \alpha t$ $\Delta x = u_o t + \frac{1}{2}\alpha t^2$	$\alpha = \sigma\tau\alpha\theta\epsilon\rho\acute{\eta}$ $u = u_o - \alpha t$ $\Delta x = u_o t - \frac{1}{2}\alpha t^2$
Εξισώσεις Ε.Ο.Ε.Κ. χωρίς αρχική ταχύτητα ($u_o = 0$)	
Επιτάχυνση (α>0)	Επιβράδυνση (α<0)
$\alpha = \sigma\tau\alpha\theta\epsilon\rho\acute{\eta}$ $u = \alpha t$ $\Delta x = \frac{1}{2}\alpha t^2$	(Δεν γίνεται!)

Υπολογισμός μεγεθών από τα διαγράμματα



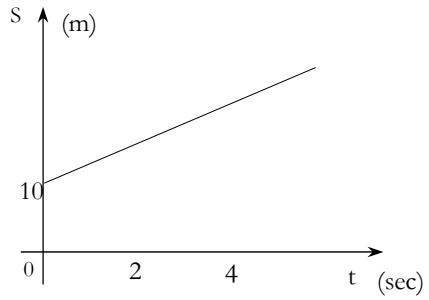
Επιτάχυνσης – Χρόνου

- Το εμβαδό από το γράφημα μέχρι τον άξονα του χρόνου μας δίνει την μεταβολή της ταχύτητας Δu



Ταχύτητας – Χρόνου

- Το εμβαδό από το γράφημα μέχρι τον άξονα του χρόνου μας δίνει την μετατόπιση Δx
- Η κλίση της ευθείας μας δίνει την επιτάχυνση $\alpha = \frac{u_2 - u_1}{t_2 - t_1}$



Θέσης – Χρόνου

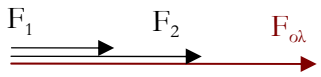
- Η κλίση της ευθείας μας δίνει την ταχύτητα του σώματος. $u = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$

Δύναμη

(Force) αιτία που προκαλεί την παραμόρφωση των σωμάτων ή την μεταβολή της κινητικής τους κατάστασης.

Μονάδα Newton = $Kg \cdot m/sec^2$

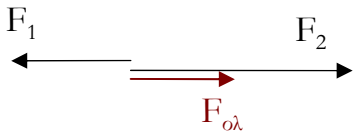
ΣΥΝΙΣΤΑΜΕΝΗ ΔΥΝΑΜΕΩΝ



Ομόρροπα διανύσματα

$F_{ολ}=F_2+F_1$

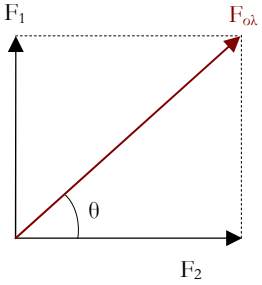
και έχει την φορά της μεγαλύτερης



Αντίρροπα διανύσματα

$F_{ολ}=F_2-F_1$

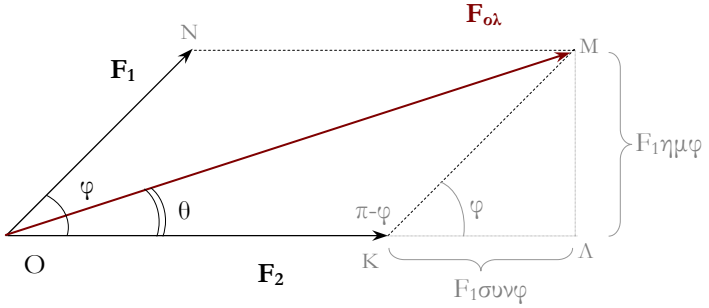
και έχει την φορά της μεγαλύτερης



Διανύσματα κάθετα

$$F_{ολ} = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}$$

$$\varepsilon\varphi\theta = \frac{F_1}{F_2}$$

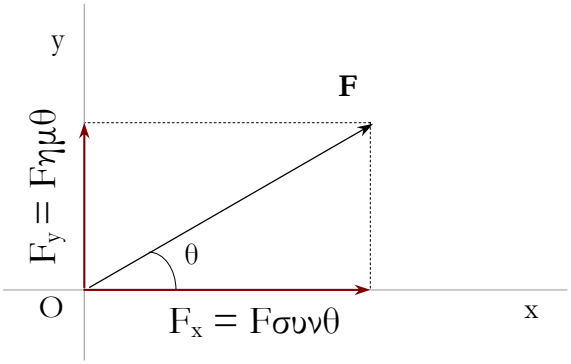


Διανύσματα σε τυχαία γωνία φ

$$F_{ολ} = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2\eta\mu\varphi}$$

$$\varepsilon\varphi\theta = \frac{F_1\eta\mu\varphi}{F_2 + F_1\sigma\upsilon\nu\varphi}$$

Ανάλυση διανύσματος σε συνιστώσες:



Προσοχή:

Η συνιστώσα που πρόσκειται (ακουμπάει) στη γωνία θ παίρνει το συνημίτονο και αυτή που είναι απέναντι από τη γωνία θ παίρνει το ημίτονο.

Νόμος Hooke

Η ελαστική παραμόρφωση των σωμάτων είναι ανάλογη της αιτίας που την προκάλεσε.

F=Kx, όπου

K : σταθερά ελατηρίου,

x : παραμόρφωση ελατηρίου.

Ο Α' νόμος Newton

Κάθε σώμα διατηρεί την κατάσταση ακινησίας ή ευθύγραμμης ομαλής κίνησης αν δεν ασκείται σε αυτό δύναμη.

$\overrightarrow{\Sigma F} = \vec{0} \Leftrightarrow$ **Ακινησία ή Ε. Ο. Κ.**

Ο Β' Νόμος Newton

Η ασκούμενη σε ένα σώμα δύναμη προκαλεί επιτάχυνση με την κατεύθυνση της δύναμης και μέτρο ίσο με το πηλίκο της δύναμης προς την μάζα του σώματος

$$\vec{\alpha} = \frac{\overrightarrow{\Sigma F}}{m} \quad \text{ή} \quad \overrightarrow{\Sigma F} = m\vec{\alpha}$$

Γενικότερος ορισμός: $\overrightarrow{\Sigma F} = \frac{\overrightarrow{\Delta p}}{\Delta t}$ *(δύναμη = ρυθμός μεταβολής της ορμής)*

Σε άξονες x και y η σχέση γίνεται:

$\Sigma F_x = ma_x$ και $\Sigma F_y = ma_y$

Πιο απλά: $\mathbf{F = m\alpha}$

Συνέπειες από τον β΄ νόμο της κίνησης:

- ✧ Σταθερή δύναμη ⇔ Σταθερή επιτάχυνση άρα Ε.Ο.Ε.Κ.
- ✧ Δύναμη μηδέν ⇔ Επιτάχυνση μηδέν άρα Ε.Ο.Κ.
- ✧ Μεταβλητή δύναμη ⇔ Μεταβλητή επιτάχυνση

Ο Γ' Νόμος Newton

Αν ένα σώμα Α ασκεί δύναμη F_{AB} σε ένα άλλο σώμα Β, τότε και το Β ασκεί στο σώμα Α μία ίσου μέτρου και αντίθετη δύναμη F_{BA} :

$\vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA}$

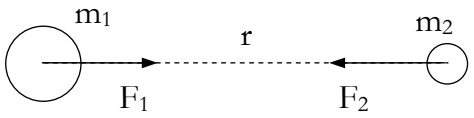
Νόμος Παγκόσμιας έλξης Newton:

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$$

G : σταθερά της παγκόσμιας έλξης

$G = 6{,}673 \cdot 10^{-11}\ Nm^2Kgr^{-2}$

r : απόσταση των δύο σημειακών μαζών ή των κέντρων τους



Ο νόμος ισχύει για σημειακές μάζες ή για τέλειες και ομογενείς σφαίρες ή για ομογενείς φλοιούς

Στατική Τριβή:

$0 \le T_\sigma \le T_{\sigma,max}$ όπου $T_{\sigma,max} = \mu_\sigma F_k$

όπου:

μ_σ : συντελεστής στατικής τριβής

F_k : κάθετη δύναμη που συμπιέζει τις δύο επιφάνειες που εφάπτονται.

- ✓ *Η στατική τριβή είναι πάντοτε αντίθετη με την (οριζόντια) δύναμη που τείνει να κινήσει το σώμα εφόσον $T_\sigma < T_{\sigma,max}$*
- ✓ *Η στατική τριβή είναι πάντοτε παράλληλη στο επίπεδο επαφής*

Τριβή Ολίσθησης:

$T = \mu_o F_k$ ισχύει $\mu_o \approx \mu_\sigma$ $(\mu_o \le \mu_\sigma)$

- ✓ *Η τριβή ολίσθησης έχει πάντα τιμή T= μοFk και είναι ανεξάρτητη από την ταχύτητα ολίσθησης και το εμβαδό επαφής*

Ορμή (Momentum)

ορισμός $\vec{p} = m\vec{u}$

Ολική ορμή συστήματος

Είναι το διανυσματικό άθροισμα των ορμών των σωμάτων του συστήματος

Αρχή διατήρησης ορμής

Αν σε ένα σύστημα σωμάτων δεν ασκούνται εξωτερικές δυνάμεις (ή ασκούνται αλλά η συνισταμένη τους είναι μηδέν) τότε η συνολική ορμή του συστήματος παραμένει σταθερή.

Αν $\mathbf{\Sigma F_{εξ}=0}$ τότε $\mathbf{p_{αρχ}=p_{τελ}}$

(Δες ακόμα τις κρούσεις σελ. 43)

Ώθηση Δύναμης – Θεώρημα Ώθησης - Ορμής

Από τον β' νόμο Newton (γενική μορφή) έχουμε:

$\overrightarrow{\Delta p} = \overrightarrow{\Sigma F}\Delta t$ και θέτοντας Ώθηση $\vec{\Omega} = \overrightarrow{\Sigma F}\,\Delta t$ έχουμε $\overrightarrow{\Delta p} = \vec{\Omega}$ ή

$\vec{p}_{αρχ} + \vec{\Omega} = \vec{p}_{τελ}$

(Θεώρημα Ώθησης — Ορμής)

Οι Τέσσερις Δυνάμεις της Φύσης

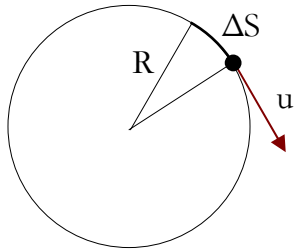
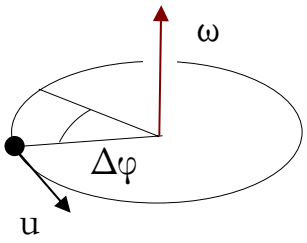
Ισχυρή Πυρηνική	**Ηλεκτρομαγνητική**
Είναι υπεύθυνη για την σταθερότητα των πυρήνων Συγκρατεί τα νουκλεόνια (πρωτόνια, νετρόνια) στον πυρήνα. Δρα σε πολύ μικρές αποστάσεις $<10^{-15}$ Σωματίδιο φορέας: *Γλοιόνιο* (gluon)	Είναι υπεύθυνη για την σταθερότητα των ατόμων. Δρα σε άπειρη απόσταση. Σωματίδιο φορέας: *Φωτόνιο* (photon)
Ασθενής Πυρηνική	**Βαρύτητα**
Είναι υπεύθυνη για την β ραδιενεργή διάσπαση των πυρήνων, και για τις διασπάσεις των λεπτονίων. Δρα σε πολύ μικρές αποστάσεις $<10^{-18}$ Σωματίδιο φορέας: *Ενδιάμεσα διανυσματικά μποζόνια* W^+, W^-, Z^o	Είναι υπεύθυνη για τον σχηματισμό των αστέρων των γαλαξιών και καθορίζει την εξέλιξη του σύμπαντος. Δρα σε άπειρη απόσταση. Σωματίδιο φορέας: *Βαρυτόνιο* (Graviton) (δεν έχει παρατηρηθεί ακόμα)

Κυκλική κίνηση

Περίοδος T : Χρόνος για ένα κύκλο

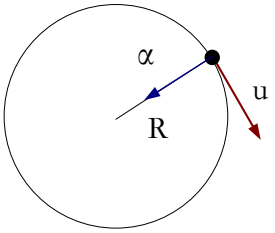
Συχνότητα f : Αριθμός κύκλων ανά sec $f = \frac{\text{αριθμός στροφών}}{\text{αντίστοιχος χρόνος}} = \frac{N}{t}$, μονάδα $Hz=s^{-1}$

Σχέση συχνότητας - περιόδου: $f=\frac{1}{T}$

Γραμμική ταχύτητα u	**Γωνιακή ταχύτητα ω**
Ορισμός: $u=\frac{\Delta S}{\Delta t}$ $u=\frac{2\pi R}{T}$ και $u=2\pi Rf$ μονάδα: m/sec	Ορισμός: $\omega=\frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$ $\omega=\frac{2\pi}{T}$ και $\omega=2\pi f$ μονάδα: rad/sec
 Η γραμμική ταχύτητα u είναι πάντοτε εφαπτόμενη στην τροχιά της κίνησης.	 Η γωνιακή ταχύτητα είναι *αξονικό διάνυσμα!* Ασκείται πάνω στον άξονα περιστροφής και όχι στο σώμα. Είναι κάθετο στο επίπεδο της κυκλικής κίνησης και η φορά της καθορίζεται από τον κανόνα του δεξιού χεριού ή του δεξιόστροφου κοχλία.
Σχέση γραμμικής - γωνιακής ταχύτητας : $u=\omega R$	

Κεντρομόλος επιτάχυνση:

Είναι η επιτάχυνση που έχει ένα σώμα λόγω αλλαγής της κατεύθυνσής του. Είναι πάντα κάθετη στη γραμμική ταχύτητα u, άρα έχει τη διεύθυνση της ακτίνας, και φορά προς το κέντρο της κυκλικής κίνησης.



$$\alpha_{κ}=\frac{u^2}{R}$$

Κεντρομόλος δύναμη:

Η *αναγκαία και ικανή* δύναμη για να κάνει ένα σώμα κυκλική κίνηση. Εχει την διεύθυνση της ακτίνας και φορά προς το κέντρο της κυκλικής κίνησης:

$$F_{κ}=m\alpha_{κ} \Leftrightarrow F_{κ}=\frac{mu^2}{R}$$

Ο β' νόμος Newton στην κυκλική κίνηση:

$$\Sigma F_R=F_{κ}=\frac{mu^2}{R}$$

Δηλαδή *η συνισταμένη των δυνάμεων στην διεύθυνση της ακτίνας είναι η κεντρομόλος δύναμη*

Γενική Καμπυλόγραμμη Κίνηση

Στην καμπυλόγραμμη κίνηση η θέση περιγράφεται από το διάνυσμα θέσης r ως προς σύστημα αξόνων xOy, και η ταχύτητα του σώματος ορίζεται ως η παράγωγος (ρυθμός μεταβολής) του διανύσματος θέσης r:

$$\vec{u}=\frac{\overrightarrow{dr}}{dt}$$

Άρα η ταχύτητα είναι εφαπτόμενη στην τροχιά

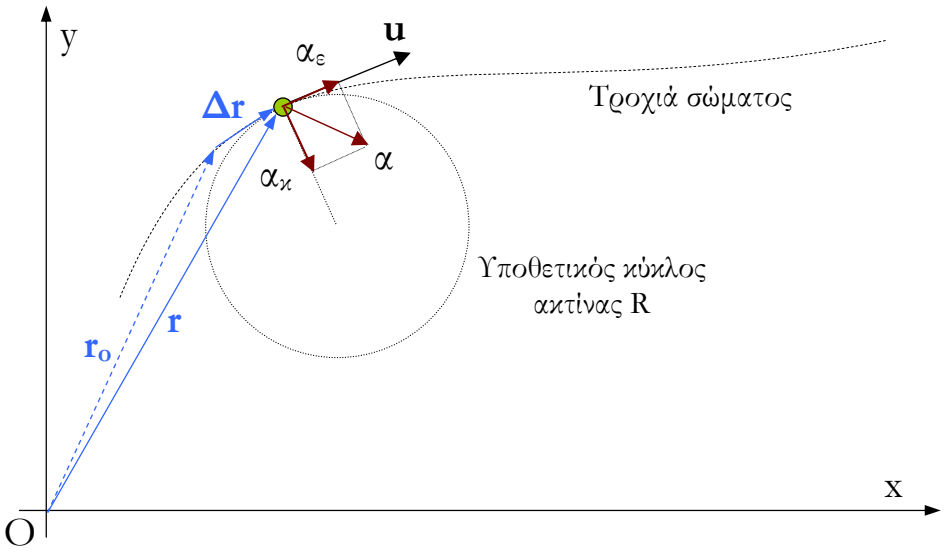
Η επιτάχυνση στην καμπυλόγραμμη κίνηση σχηματίζει γωνία φ με την ταχύτητα, που είναι πάντα εφαπτόμενη στην τροχιά. Η επιτάχυνση α αναλύεται σε δύο συνιστώσες όπως φαίνεται στο σχήμα:

Επιτρόχια επιτάχυνση (αε//u)

Μεταβάλλει το μέτρο της ταχύτητας u

Κεντρομόλος επιτάχυνση (ακ ⊥ u)

Μεταβάλλει την κατεύθυνση της ταχύτητας u



Για την συνιστώσα α_κ ισχύει πάλι $\alpha_\kappa = \frac{u^2}{R}$ όπου R η ακτίνα του υποθετικού κύκλου (ακτίνα καμπυλότητας της τροχιάς στο θεωρούμενο σημείο)

Για την επιτρόχια ισχύει $\Sigma F_\varepsilon = m\alpha_\varepsilon$

Έργο - Ενέργεια

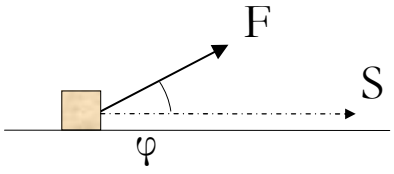
Έργο σταθερής δύναμης

$W=FS\sigma\upsilon\nu\varphi$ (κανονικά $W=\vec{F}\cdot\vec{S}$)

όπου:

F: η δύναμη που δρα στο σώμα
S: η μετατόπιση του σώματος
φ: η γωνία F και S.

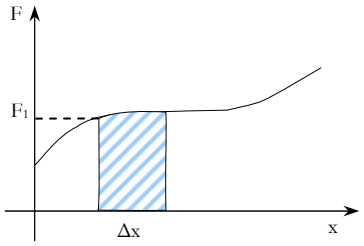
Μονάδα Joule (J = Newton·m)



Έργο μεταβλητής δύναμης F=*f*(x)

Βρίσκεται από το εμβαδό της γραφικής παράστασης F=*f*(x) μέχρι τον άξονα x.

W = εμβαδό στο F=*f*(x) διάγραμμα.



Έργο Τριβής:

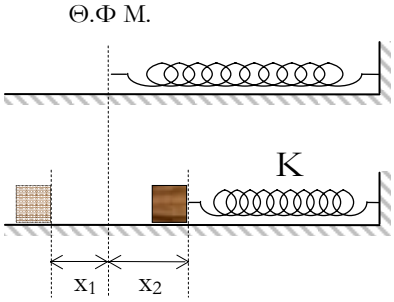
$W=TS\sigma\upsilon\nu180$ ή $W=-TS$

Έργο Ελατηρίου (από x_1 έως x_2) :

$$W_{\epsilon\lambda}=\frac{1}{2}Kx_1^2-\frac{1}{2}Kx_2^2$$

Τα x_1, x_2 είναι μετρημένα από την θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου. (Θ.Φ.Μ.)

(Ο τύπος δίνει αυτόματα και το πρόσημο του έργου)



Ενέργεια (Energy)

Θεμελιώδες μέγεθος, άνευ ορισμού. Έχει διάφορες μορφές. Ένα σώμα έχει ενέργεια όταν μπορεί κάτω από κατάλληλες προϋποθέσεις να μας δώσει έργο, φως, θερμότητα.

Μονάδα Joule, J = Newton·m

Ισοδυναμία Μάζας – Ενέργειας

Μία ποσότητα μάζας m αντιστοιχεί σε ενέργεια $E=mc^2$ (Einstein 1905). Σύμφωνα με την ειδική θεωρία της σχετικότητας του Αϊνστάιν, η μάζα και η ενέργεια είναι οι δύο όψεις ενός νομίσματος. Η μάζα μπορεί να μετατραπεί σε ενέργεια (εξαΰλωση ηλεκτρονίου – ποζιτρονίου) και η ενέργεια σε μάζα (π.χ. δίδυμη γένεση σωματιδίου – αντισωματιδίου).

Δυναμική Ενέργεια (Potential Energy)

Μέγεθος που ορίζεται μόνο για τις συντηρητικές δυνάμεις έτσι ώστε όταν μετακινήσουμε ένα σώμα από ένα σημείο Α του πεδίου σε ένα σημείο Β η αρνητική μεταβολή του ΔU_{AB} να είναι ίση με το έργο της συντηρητικής δύναμης του πεδίου για την μετακίνηση ΑΒ ή

$$\mathbf{\Delta U_{AB} = - W_{A\rightarrow B}}$$

Δυναμική Ενέργεια βαρύτητας

$$U_B = mg(h_{\alpha\rho\chi} - h_{\tau\epsilon\lambda}) \quad \text{ή} \quad U_B = mgh$$

Δυναμική Ενέργεια Ελατηρίου

$$U_{E\lambda} = \frac{1}{2}Kx^2$$

Το x μετρημένο από την θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου.

Ηλεκτρική Δυναμική Ενέργεια

δύο σημειακών φορτίων q_1 και q_2 που απέχουν απόσταση r

$$U = K\frac{q_1 q_2}{r}$$

Κινητική Ενέργεια (Kinetic Energy)

$$K = \frac{1}{2}mu^2$$

Συντηρητικές Δυνάμεις (Conservative)

Είναι αυτές που το έργο τους για μία κλειστή διαδρομή είναι μηδέν,
ή
Είναι αυτές που το έργο τους είναι ανεξάρτητο της διαδρομής.

Τέτοιες δυνάμεις είναι:
Βαρυτική, ηλεκτρική (Coulomb), ελατηρίου, κάθε σταθερή δύναμη

ΔΕΝ είναι συντηρητικές:
Τριβή, αντίσταση, δύναμη ανθρώπου, μαγνητική δύναμη

Μόνο όταν οι δυνάμεις είναι συντηρητικές ορίζεται δυναμική ενέργεια για το πεδίο τους

Μηχανική Ενέργεια

$$E = K + U$$

Αρχή Διατήρησης Μηχανικής Ενέργειας

Όταν σε ένα σύστημα σωμάτων ασκούνται μόνο συντηρητικές δυνάμεις (ή η συνισταμένη των μη συντηρητικών δυνάμεων είναι μηδέν) τότε η Μηχανική Ενέργεια του συστήματος παραμένει σταθερή, δηλαδή

$$E_{\tau\epsilon\lambda} = E_{\alpha\rho\chi} \quad \text{ή} \quad K_1 + U_1 = K_2 + U_2$$

Μεταβολή της Μηχανικής Ενέργειας

Η μεταβολή της Μηχανικής ενέργειας σε ένα σύστημα πάντα ισούται με το έργο των μη συντηρητικών δυνάμεων

$$\mathbf{\Delta E_{MHX} = W_{\Sigma F_{\mu\eta-\sigma\upsilon\nu\tau\eta\rho}}} \quad (= \text{θερμότητα } Q)$$

Θεώρημα Έργου—Ενέργειας

(ή Θεώρημα Μεταβολής Κινητικής Ενέργειας, Θ.Μ.Κ.Ε.)

Η μεταβολή της κινητικής ενέργειας ενός σώματος ισούται με το αλγεβρικό άθροισμα των έργων των δυνάμεων που ενέργησαν στο σώμα

$$\Delta K = W_{\Sigma F}$$

$$K_{τελ} - K_{αρχ} = W_{F1} + W_{F2} + \ldots$$

(Το Θ.Μ.Κ.Ε. ισχύει π ά ν τ α, αρκεί η μάζα του σώματος να παραμένει σταθερή)

Αρχή Διατήρησης Ενέργειας

Σε κάθε απομονωμένο σύστημα σωμάτων η ολική ενέργεια διατηρείται σταθερή

Ισχύς

Είναι ο ρυθμός παραγωγής έργου ή ενέργειας:

$$P = \frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{\Delta E}{\Delta t}$$

Ισχύει ακόμα $P = E/t$

Για τον (στιγμιαίο) ρυθμό παραγωγής έργου από δύναμη F έχουμε: $P = Fu(συνφ)$
όπου:

u η στιγμιαία ταχύτητα του σώματος και
φ η γωνία F και u

Μονάδες ισχύος: Watt, W=Joule/sec και HP =750 W (Horse Power = ίππος)

Τι εκφράζει το έργο μίας δύναμης:

Το έργο εκφράζει μετατροπή ενέργειας από μία μορφή σε άλλη, ή …
Το έργο εκφράζει μεταφορά ενέργειας από ένα σώμα σε κάποιο άλλο

Ηλεκτρισμός

Φορτιο q ή Q (Electric Charge)

Θεμελιώδης ιδιότητα της ύλης (άνευ ορισμού). Υπάρχει σε δύο ποσότητες:

Θετικό (+) αυτό που εμφανίζεται στο γυαλί όταν το τρίψουμε με μεταξωτό ύφασμα

Αρνητικό (-) αυτό που εμφανίζεται στον εβονίτη όταν τον τρίψουμε με μάλλινο ύφασμα

Ιδιότητες φορτίου:

- Τα ομώνυμα απωθούνται, τα ετερώνυμα έλκονται.
- Είναι κβαντισμένο μέγεθος, δηλαδή υπάρχει σε πακέτα (κβάντα) στοιχειώδους φορτίου $e = 1{,}6\ 10^{-19}$ C *Κάθε φορτίο στη φύση είναι ακέραιο πολλαπλάσιο της στοιχειώδους ποσότητας e. Άρα* $Q=Ne$ όπου $N \int \mathbb{J}$
- Ισχύει η Αρχή Διατήρησης Φορτίου: *Το συνολικό φορτίο ενός απομονωμένου συστήματος παραμένει πάντα σταθερό.* Το φορτίο *δεν δημιουργείται και δεν καταστρέφεται* ποτέ.

Μονάδα μέτρησης φορτίου:

Coulomb C (= Ampere·sec)

Νόμος Coulomb

Η δύναμη μεταξύ των σημειακών φορτίων (ή φορτισμένων σφαιρών) q_1 και q_2 είναι:

$$F=K_{ηλ}\frac{q_1q_2}{r^2}$$

$K_{ηλ}$: η ηλεκτρική σταθερά $K=9\cdot10^9\ Nm^2/C^2$

r : η απόσταση των δύο σημειακών φορτίων ή η διάκεντρος των σφαιρών

$$K_{ηλ}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_o\varepsilon}$$

ε_o : διηλεκτρική σταθερά του κενού (permittivity of free space)

$\varepsilon_o = 8{,}85\cdot10^{-12}\ C^2N^{-1}m^{-2}$

ε : διηλεκτρική σταθερά του υλικού (αν υπάρχει τέτοιο ανάμεσα στα δύο φορτία)

Ηλεκτρικό Πεδίο (Electric Field)

Είναι ο χώρος μέσα στον οποίο ασκούνται ηλεκτρικές δυνάμεις. Περιγράφεται από τα μεγέθη *ένταση* και *δυναμικό*.

Ένταση E (Electric Intensity)

Ένταση E σε κάποιο σημείο του πεδίου ονομάζεται το σταθερό πηλίκο της δύναμης που δέχεται ένα υπόθεμα q που βρίσκεται στο σημείο αυτό του πεδίου, προς το υπόθεμα q

$$\vec{E}=\frac{\vec{F}}{+q}\ \text{(ορισμός)}$$

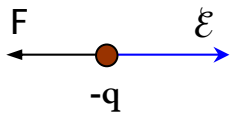
Μονάδα N/C ή V/m. Ισχύει ακόμα

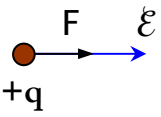
$$E = K_{ηλ}\frac{Q}{r^2}$$

όπου:

Q : η πηγή του πεδίου

r : η απόσταση πηγής - σημείου





Το διάνυσμα της έντασης E έχει ίδια φορά με την δύναμη που δέχεται το θετικό φορτίο

Δυναμικό V (Potential)

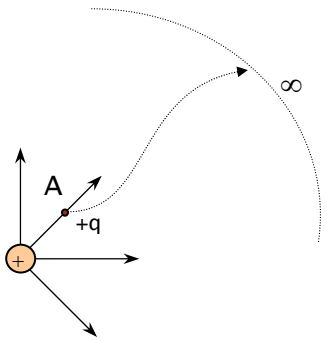
Δυναμικό V σε κάποιο σημείο Α ενός πεδίου, ορίζεται ως το έργο της δύναμης του πεδίου για την μετακίνηση ενός υποθέματος q από το θεωρούμενο σημείο Α ως το άπειρο, δια του υποθέματος q.

$$\mathbf{V = \frac{W_{A\to\infty}}{+q}} \text{ (Ορισμός)}$$

$$V = \frac{U_A}{+q}$$

$$V_A = K_{\eta\lambda}\frac{Q}{r_A} \text{ (το φορτίοο πηγή Q με το πρόσημό του)}$$

U_A : η δυναμική ενέργεια του υποθέματος στη θέση Α



Το έργο $W_{A\to\infty}$ είναι ανεξάρτητο της διαδρομής

Διαφορά δυναμικού

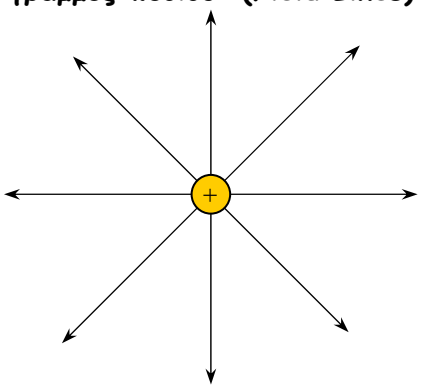
$$V_{AB} = V_A - V_B = \frac{W_{A\to B}}{+q} \text{ (Ορισμός)}$$

$$V_{AB} = V_A - V_B = \frac{\Delta U_{AB}}{+q}$$

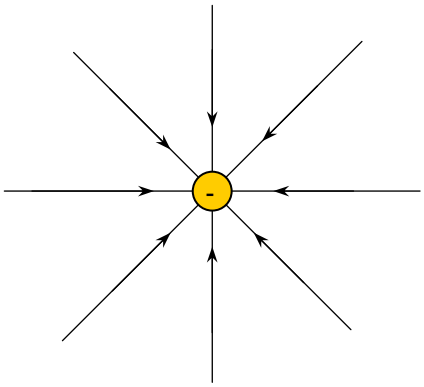
$$V_{AB} = K_{\eta\lambda} Q\left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B}\right)$$

(Βάζουμε και τα πρόσημα των φορτίων)

Δυναμικές γραμμές πεδίου (Field Lines)



Δυναμικές γραμμές ηλεκτρικού πεδίου που παράγεται από ακίνητο θετικό φορτίο -q



Δυναμικές γραμμές ηλεκτρικού πεδίου που παράγεται από ακίνητο αρνητικό φορτίο –q

Είναι οι γραμμές που σε κάθε σημείο τους το διάνυσμα της έντασης Ε του πεδίου είναι εφαπτόμενο σε αυτές.

Ιδιότητες:

⇒ Ξεκινάνε από θετικά και καταλήγουν σε- αρνητικά φορτία.

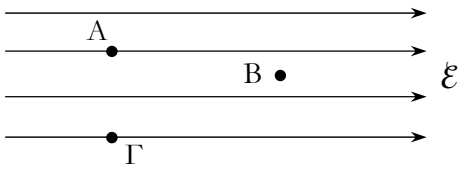
⇒ Είναι ανοιχτές γραμμές (έχουν αρχή και τέλος)

⇒ Δεν τέμνονται ούτε εφάπτονται.

⇒ Η πυκνότητά τους είναι ανάλογη με το μέτρο της έντασης Ε του πεδίου.

Ομογενές πεδίο

Αυτό που το διάνυσμα της έντασης είναι παντού το ίδιο. *Οι γραμμές του ομογενούς πεδίου είναι παράλληλες και ισαπέχουσες.*
Ομογενές πεδίο έχουμε στο εσωτερικό του πυκνωτή.



Πυκνωτής (Capacitor)

Διάταξη μεταλλικών πλακών που αποθηκεύει φορτία. Σύμβολο στο κύκλωμα:

Χωρητικότητα C (Capacitance)

Είναι το σταθερό πηλίκο $C=\frac{Q}{V}$

Μονάδα Farad, $F=\frac{\text{Coulomb}}{\text{Volt}}=\frac{C}{V}$

Για επίπεδο πυκνωτή ισχύει:

$$C=\varepsilon_o\varepsilon\frac{S}{\ell}$$

όπου:

ε_o : η διηλεκτρική σταθερά του κενού
ε : η διηλεκτρική σταθερά του υλικού
S : το εμβαδό των πλακών
ℓ : η απόσταση μεταξύ των οπλισμών

Ενέργεια Πυκνωτή

$$U=\frac{1}{2}QV \quad \text{ή} \quad U=\frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} \quad \text{ή} \quad U=\frac{1}{2}CV^2$$

Διηλεκτρική Σταθερά ε (permittivity)

Αν βάλουμε κάποιο διηλεκτρικό υλικό (μονωτή) στο εσωτερικό πυκνωτή με χωρητικότητα C_o η χωρητικότητα γίνεται $C>C_o$ και ορίζουμε ως διηλεκτρική σταθερά του υλικού το πηλίκο $\varepsilon=C_o/C$. Είναι καθαρός αριθμός (χωρίς μονάδες).

Ηλεκτρικό Ρεύμα (Direct Current)

Προσανατολισμένη κίνηση φορτίων

Συμβατική φορά

Είναι η υποθετική φορά κίνησης των θετικών φορτίων, δηλαδή η αντίθετη της κίνησης των ηλεκτρονίων στα μέταλλα.

Ένταση Ηλεκτρικού Ρεύματος (Electric Current)

Είναι: $\mathbf{I = \Delta q/\Delta t}$ ή πιο απλά $i = q/t$
Μονάδα Ampere, A (θεμελιώδης)

Ηλεκτρική Πηγή (Electric Cell)

Διάταξη που θέτει σε κίνηση τα φορτία στους αγωγούς, με δαπάνη κάποιας μορφής ενέργειας.

Ηλεκτρεγερτική Δύναμη Πηγής (ΗΕΔ) Ε

(Electromotive Force)

$$E = \frac{P}{I} \text{ ή } \quad E = \frac{\Delta W}{\Delta q}$$

Εκφράζει την ενέργεια (ΔΕ ή ΔW) που δίνει η πηγή στο κύκλωμα ανά μονάδα φορτίου. Μονάδα Volt, V=J/C

Αντίσταση Αγωγού (Resistance)

Εκφράζει την δυσκολία που βρίσκει το ρεύμα στο να περάσει από ένα αγωγό και ορίζεται ως:

$$R=\frac{V}{I}$$

Μονάδα Ohm, Ω = Volt/Ampere

Για πρισματικό μεταλλικό αγωγό μήκους ℓ και εμβαδού διατομής S με ειδική αντίσταση ρ (που εξαρτάται από το είδος του υλικού και την θερμοκρασία) ισχύει:

$$R=\rho\frac{\ell}{S}$$

Εξάρτηση της ειδικής αντίστασης ρ από την θερμοκρασία

$$\rho=\rho_o(1+\alpha\theta)$$

όπου:

ρ : ειδική αντίσταση σε θερμοκρασία θ
ρ_o : ειδική αντίσταση σε θερμοκρασία 0 °K
α : θερμικός συντελεστής αντίστασης

οπότε ισχύει:

$$R=R_o(1+\alpha\theta)$$

Νόμος του Ωμ, Ohm

Το ρεύμα i που περνάει από ένα ωμικό στοιχείο είναι ανάλογο της τάσης V στα άκρα του και αντιστρόφως ανάλογο της αντίστασής του R, ή

$$I = \frac{V}{R}$$

Προσοχή: Ο νόμος ισχύει για τα ωμικά στοιχεία που είναι κυρίως οι μεταλλικοί αγωγοί σταθερής θερμοκρασίας.

Νόμος του Joule

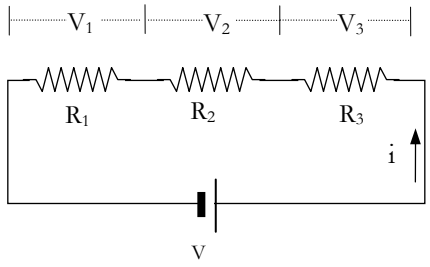
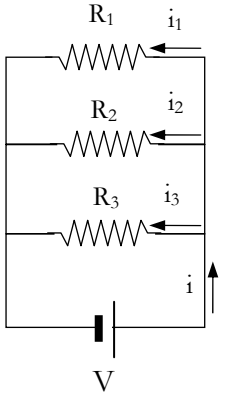
Η θερμότητα που παράγεται σε αντιστάτη R που διαρρέεται από ρεύμα i σε χρόνο t είναι:

$$Q=i^2Rt$$

Ενέργεια και Ισχύς Ρεύματος

Ενέργεια Ηλεκτρικού Ρεύματος	Ισχύς Ηλεκτρικού Ρεύματος
$E = iVt$ $E = i^2Rt$ $E = \frac{V^2}{R}t$	$P = iV$ $P = i^2R$ $P = \frac{V^2}{R}$

Συνδεσμολογίες Αντιστάσεων

Σύνδεση σε σειρά	Παράλληλη σύνδεση
	
Εξ' ορισμού: Ίδιο ρεύμα i διαρρέει τις αντιστάσεις $i_1=i_2=i_3$ $V_1+V_2+V_3=V$ $R_{ολ}=R_1+R_2+R_3$	Τότε εξ' ορισμού έχουμε ίδια τάση $V_1=V_2=V_3=V$ $i_1+i_2+i_3=i$ $\frac{1}{R_{ολ}}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}$

Α΄ Κανόνας Kirchhoff

Το αλγεβρικό άθροισμα των ρευμάτων που εισέρχονται (+) και εξέρχονται (-) για ένα κόμβο είναι ίσο με μηδέν. **Σi = 0**
(Είναι συνέπεια της αρχής διατήρησης φορτίου)

Β΄ Κανόνας Kirchhoff

Το αλγεβρικό άθροισμα των διαφορών δυναμικού κατά μήκος ενός βρόχου είναι μηδέν.
ΣV = 0
(Συνέπεια της αρχής διατήρησης της ενέργειας)

Νόμος του Ohm στο κλειστό κύκλωμα

Σε κλειστό κύκλωμα με πηγή, που έχει ΗΕΔ Ε και εσωτερική αντίσταση r, και εξωτερική αντίσταση R ισχύει:

$$i = \frac{E}{R+r} \quad \text{ή} \quad E=i(R+r)$$

Ενέργειες στο κλειστό κύκλωμα

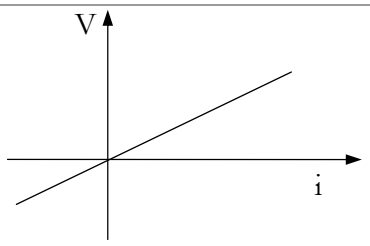
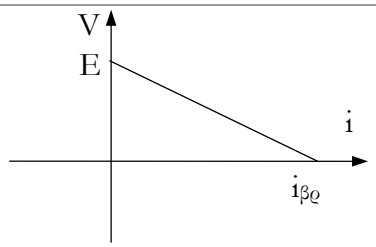
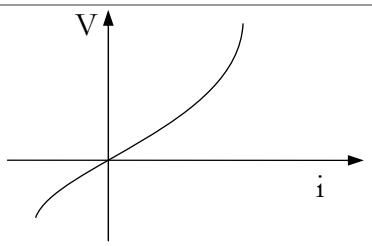
$P_{πηγής} = Ei$	Η ισχύς που παρέχει η πηγή σε ολόκληρο το κύκλωμα
$P_{εξ} = V_πi$	Η ισχύς που παρέχει η πηγή στο εξωτερικό κύκλωμα($= i^2R$)
$P_{εσ} = i^2r$	Η ισχύς που παρέχει η πηγή στο εσωτερικό κύκλωμα

Πολική Τάση

Είναι η τάση στους πόλους της πηγής. *Ισούται με την ΗΕΔ Ε μόνο όταν η πηγή δεν διαρρέεται από ρεύμα ή όταν δεν έχει εσωτερική αντίσταση r*

$$V_{\pi} = E - iR$$

Χαρακτηριστικές καμπύλες στοιχείων

Ωμικός Αγωγός (Αντιστάτης)	**Πηγή**	**Μη Ωμικός Αγωγός**
		
Χαρακτηριστική καμπύλη αντιστάτη (ακολουθεί τον νόμο του Ωμ)	Χαρακτηριστική καμπύλη πηγής.. Η τιμή Ε στον άξονα V είναι η ΗΕΔ της πηγής και η τιμή $i_{βQ}$ είναι το ρεύμα βραχυκύκλωσης	Χαρακτηριστική καμπύλη μη ωμικού αντιστάτη. Το ρεύμα δεν ακολουθεί τον νόμο του Ωμ.

Ρεύμα βραχυκύκλωσης

$$i_{βQ}=E/r$$

Αμπερόμετρο

όργανο που μετράει την ένταση του ρεύματος σε ένα κύκλωμα. Μπαίνει πάντα σε σειρά στο κύκλωμα.

Βολτόμετρο

όργανο που μετράει την διαφορά δυναμικού (τάση) δύο σημείων ενός κυκλώματος. Μπαίνει πάντα παράλληλα στο κύκλωμα.

Μαγνητισμός (Magnetism)

Φυσικός Μαγνήτης

Είναι ο μαγνητίτης λίθος, δηλαδή το Fe_3O_4

Μαγνητικό Πεδίο (Magnetic Field)

Είναι ο χώρος στον οποίο ασκούνται μαγνητικές δυνάμεις. Πηγή του μαγνητικού πεδίου είναι τα κινούμενα φορτία και περιγράφεται με το διανυσματικό μέγεθος $\vec{B}$ της Έντασης του Μαγνητικού Πεδίου ή αλλιώς *Μαγνητική Επαγωγή. (Magnetic Induction)* Μονάδα: Tesla, T=N/Am

Δυναμικές γραμμές Μαγνητικού πεδίου

Το διάνυσμα της μαγνητικής επαγωγής B είναι πάντοτε εφαπτόμενο σε αυτές. Ισχύουν:

- Είναι κλειστές γραμμές (χωρίς αρχή και τέλος)
- Βγαίνουν από τον βόρειο (North N) μαγνητικό πόλο και μπαίνουν στον νότιο (South S)
- Δεν τέμνονται ούτε εφάπτονται
- Η πυκνότητά τους είναι ανάλογη της έντασης του πεδίου B

Νόμος Biot-Savart

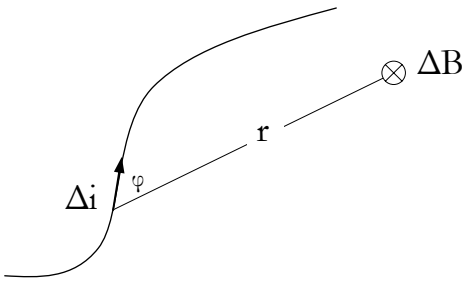
Ένα μικρό τμήμα $\Delta\ell$ αγωγού που διαρρέεται από ρεύμα i δημιουργεί σε απόσταση r επαγωγή ΔB

$$\Delta B = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{i\Delta\ell}{r^2}\eta\mu\varphi$$

όπου:

μ_o : η μαγνητική διαπερατότητα του κενού (φυσική σταθερά)

$\mu_o = 1{,}26\cdot 10^{-6}\ mKgC^{-2}$



Μαγνητικό πεδίο Ευθύγραμμου Αγωγού

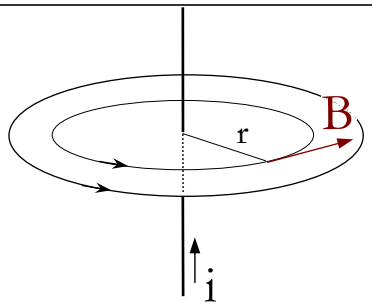
$$B = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2i}{r}$$

$$B = K_{\mu\alpha\gamma}\frac{2i}{r}$$

όπου:

$K_{\mu\alpha\gamma}$: η μαγνητική σταθερά 10^{-7} Wb/Am

$$K_{\mu\alpha\gamma} = \frac{\mu_o}{4\pi}$$



Οι δυναμικές γραμμές του πεδίου είναι κύκλοι με το κέντρο τους στον αγωγό και το επίπεδό τους κάθετο στον αγωγό (στο σχήμα φαίνεται μόνο μία δυναμική γραμμή)

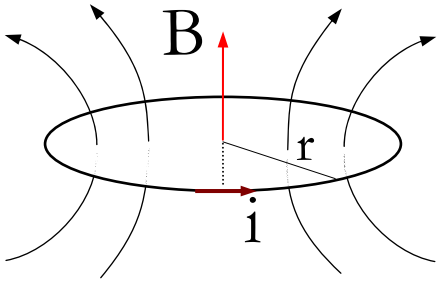
Μαγνητικό πεδίο Κυκλικού Αγωγού

Στο κέντρο του κυκλικού αγωγού που διαρρέεται από ρεύμα i δημιουργείται ένταση:

$$B = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2\pi i}{r}$$

$$B = K_{\mu\alpha\gamma}\frac{2\pi i}{r}$$

Η φορά του B βρίσκεται εφαρμόζοντας τον κανόνα του δεξιόστροφου κοχλία (βίδα): αν περιστρέψουμε μία βίδα για να προχωρήσει όπως δείχνει το ρεύμα i τότε η περιστροφή της μας δίνει την διεύθυνση του B.



Εναλλακτικά υπάρχει ο κανόνας του δεξιού χεριού: Αν βάλουμε τον αντίχειρα από το δεξί χέρι να δείχνει την φορά του ρεύματος τότε τα υπόλοιπα δάκτυλα κυρτωμένα δείχνουν την φορά του B.

Μαγνητικό πεδίο Σωληνοειδούς (Solenoid)

Στο εσωτερικό σωληνοειδούς εμφανίζεται ομογενές μαγνητικό πεδίο με ένταση:

$$B = 4\pi\mu K_{\mu\alpha\gamma} nI$$

$$B = \mu\mu_o nI$$

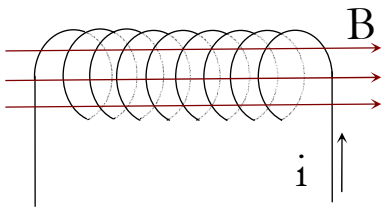
$$B = \mu\mu_o \frac{N}{\ell} I$$

όπου:

μ : η μαγνητική διαπερατότητα του πυρήνα (αν υπάρχει στο εσωτερικό του πηνίου)

N : αριθμός σπειρών σωληνοειδούς

ℓ : μήκος σωληνοειδούς



Η φορά των γραμμών του ομογενούς πεδίου που δημιουργείται στο εσωτερικό του σωληνοειδούς βρίσκεται με τον κανόνα του δεξιού χεριού: Αν τοποθετήσουμε το δεξί χέρι με τα δάκτυλα κυρτωμένα με την φορά του ρεύματος στις σπείρες του σωληνοειδούς ο αντίχειρας δείχνει την φορά των γραμμών (και τον βόρειο πόλο του ηλεκτρομαγνήτη που δημιουργείται!)

Μαγνητική διαπερατότητα μ ενός υλικού (Permeability of medium)

Αν σε ένα σημείο ενός μαγνητικού πεδίου βάλουμε κάποιο υλικό τότε η μαγνητική επαγωγή B_o σε εκείνο το σημείο θα αλλάξει και θα γίνει B. Ονομάζουμε μαγνητική διαπερατότητα του υλικού το πηλίκο

$\mu = B/B_o$

Ανάλογα με την τιμή του μ τα υλικά διακρίνονται σε:

Σιδηρομαγνητικά (Ferromagnetic) Fe, Ni, Co $\mu >> 1$	Παραμαγνητικά (Paramagnetic) Al , U, αέρας… $\mu > 1$	Διαμαγνητικά (Diamagnetic) Cu, Bi, Hg, νερό, κτλ… $\mu < 1$

Δύναμη Laplace

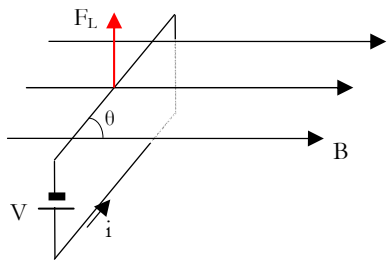
Ρευματοφόρος αγωγός που κομμάτι του ℓ βρίσκεται σε ομογενές μαγνητικό πεδίο και σχηματίζει γωνία θ με τις δυναμικές γραμμές, δέχεται δύναμη ηλεκτρομαγνητική Laplace με τιμή

$$F_L = Bi\ell\eta\mu\theta$$

Όταν ο αγωγός είναι κάθετος στις γραμμές Β τότε η δύναμη Laplace είναι μέγιστη και

$$F_L = Bi\ell$$

Παράλληλος αγωγός με τις γραμμές του πεδίου δεν δέχεται δύναμη Laplace



Η δύναμη Laplace είναι κάθετη στο επίπεδο που σχηματίζει ο αγωγός με τις γραμμές, έχει φορά που καθορίζεται με τον κανόνα του δεξιού χεριού και εφαρμόζεται στο μέσο του αγωγού.
Ο κανόνας του δεξιού χεριού για την F_L: Βάζουμε το δεξί χέρι με τα δάκτυλα όπως οι γραμμές του πεδίου Β και τον τεντωμένο αντίχειρα με την φορά του ρεύματος στο κύκλωμα. Τότε η παλάμη δείχνει την φορά της δύναμης Laplace.

Δύναμη Lorentz

Κάθε κινούμενο φορτισμένο σωματίδιο με φορτίο q και ταχύτητα u που σχηματίζει γωνία θ με την ένταση Β, δέχεται μαγνητική δύναμη

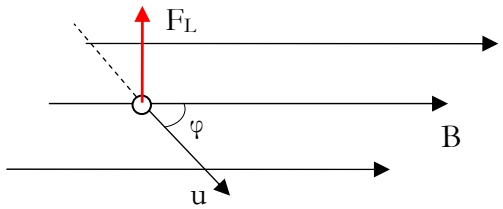
$$F_L = Buq\eta\mu\theta$$

Τυπικά:

$$F_L = q(\vec{B}\times\vec{u})$$

Γενικά η δύναμη (ηλεκτρική και μαγνητική) σε κινούμενο ηλεκτρικό φορτίο δίνεται από τον τύπο:

$$F_L = q(\vec{E}+\vec{B}\times\vec{u})$$



Το διάνυσμα της δύναμης είναι κάθετο στο επίπεδο που σχηματίζουν οι γραμμές (Β) και η ταχύτητα u και έχει φορά που καθορίζεται με τον κανόνα του δεξιού χεριού. Ο κανόνας εφαρμόζεται όπως και στην δύναμη Laplace. Και πάλι ο αντίχειρας δείχνει το ρεύμα i που υποτίθεται ότι δημιουργεί η κίνηση του φορτίου και ΟΧΙ την ταχύτητα u. Για θετικό φορτίο το ρεύμα i και η ταχύτητα u είναι ομόρροπα, για αρνητικό φορτίο είναι αντίρροπα.

Μαγνητική Επαγωγή (Electromagnetic Induction)

Είναι ο φαινόμενο της εμφάνισης ηλεκτρικής τάσης στα άκρα κυκλώματος στο οποίο μεταβάλλεται η μαγνητική ροή Φ που το διαρρέει.

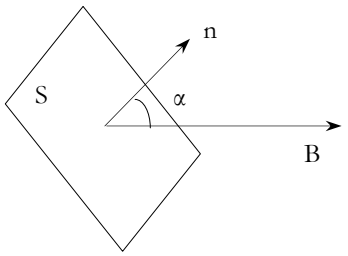
Μαγνητική Ροή Φ (Magnetic Flux)

που διέρχεται από μία επιφάνεια S η οποία σχηματίζει γωνία α με τις μαγνητικές γραμμές στο ομογενές μαγνητικό πεδίο μαγνητικής επαγωγής B, είναι το μονόμετρο φυσικό μέγεθος που έχει μέτρο

$$\Phi = BS\sigma\upsilon\nu\alpha \quad \text{ή} \quad \Phi = \vec{B}\cdot\vec{S}$$

όπου:

B : μαγνητική επαγωγή
S : εμβαδό επιφάνειας (θεωρείται διάνυσμα)
α : η γωνία που σχηματίζει η κάθετος στην επιφάνεια με τις γραμμές του πεδίου



Το διάνυσμα n είναι κάθετο στην επιφάνεια S. Η ροή Φ εκφράζει το πλήθος των γραμμών που διέρχονται από την επιφάνεια.

Μονάδα: Weber, Wb = Tesla·m².

Νόμος Επαγωγής (Faraday)

Η ΗΕΔ Ε από επαγωγή είναι ανάλογη ισούται με τον ρυθμό μεταβολής της μαγνητικής ροής Φ

$$E_{\varepsilon\pi} = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

Στιγμιαία ΗΕΔ από επαγωγή

$$E_{\varepsilon\pi} = -\underset{\Delta t\to 0}{\text{όριο}}\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -\frac{d\Phi}{dt}$$

Το μείον πρόσημο εξηγείται με τον κανόνα του Lenz

Κανόνας του Lenz

Το επαγωγικό ρεύμα έχει τέτοια φορά ώστε να αντιστέκεται στο αίτιο που το προκάλεσε. *Είναι συνέπεια της αρχής διατήρησης της ενέργειας* και ερμηνεύει το πρόσημο μείον στον Νόμο Faraday.

Επαγωγικό φορτίο (Νόμος Von Neumann)

Το επαγωγικό φορτίο είναι ανεξάρτητο της ταχύτητας μεταβολής της ροής και εξαρτάται μόνο από την μεταβολή της ροής ΔΦ.

$$Q_{\varepsilon\pi} = -\frac{\Delta\Phi}{R}$$

Αυτεπαγωγή (Self-Induction)

Λέγεται το φαινόμενο εμφάνισης ΗΕΔ σε κάποιο πηνίο λόγω μεταβολής της έντασης I του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα. Στην περίπτωση αυτή ισχύει:

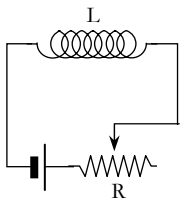
$$E_{\alpha\upsilon\tau} = -L\frac{\Delta i}{\Delta t}$$

L = συντελεστής αυτεπαγωγής του πηνίου με μονάδα Henry (Ανρί) (H = $VsecA^{-1}$)

Για σωληνοειδές πηνίο ισχύει:

$L = \mu\mu_o AN^2/\ell$

μ : (αν υπάρχει) η μαγνητική διαπερατότητα του πυρήνα
μ_o : η μαγνητική διαπερατότητα του κενού
A : το εμβαδό της σπείρας του πηνίου
N : ο αριθμός των σπειρών του πηνίου



Διάταξη στην οποία μπορούμε να παρατηρήσουμε το φαινόμενο της αυτεπαγωγής

ℓ : το μήκος του πηνίου

Ενέργεια από αυτεπαγωγή

Πηνίο που διαρρέται από ρεύμα i έχει αποθηκευμένη ενέργεια (μαγνητικού πεδίου)

$$U_B = \frac{1}{2} L i^2$$

Αμοιβαία Επαγωγή Πηνίων (Mutual Inductance)

Σε δύο συζευγμένα πηνία (*που η μαγνητική ροή που περνάει από το ένα (1) περνάει κατά ένα μέρος της και από το δεύτερο (2)*) η ΗΕΔ από επαγωγή που εμφανίζεται στο (2) λόγω της μεταβολής της έντασης του ρεύματος i στο πηνίο (1) δίνεται από την σχέση:

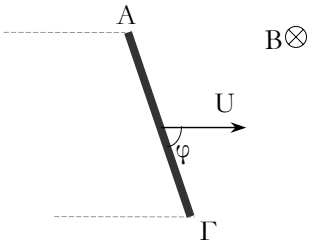
$$E_{αμ} = -M \frac{\Delta i}{\Delta t}$$

M : συντελεστής αμοιβαίας επαγωγής που εξαρτάται μόνο από την γεωμετρία των δύο πηνίων και το υλικό ανάμεσά τους

Νόμος επαγωγής σε κινούμενο αγωγό

Η διαφορά δυναμικού που σχηματίζεται στα άκρα αγωγού μήκους ℓ που κινείται με ταχύτητα U και σχηματίζοντας γωνία φ με τις δυναμικές γραμμές του ομογενούς μαγνητικού πεδίου B (ή όταν η γωνία $(\ell, \vec{u})$ είναι φ) είναι:

$$E = BU\ell \eta\mu\varphi$$

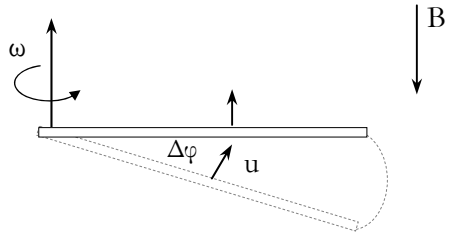


Η πολικότητα της $E_{επ}$ σε αγωγό καθορίζεται από την δύναμη Laplace (Lorenz) που δέχεται κάποιο υποθετικό θετικό φορτίο στον αγωγό.

Περιστροφή αγωγού

Σε αγωγό που περιστρέφεται με διάνυσμα ω παράλληλο στις γραμμές του πεδίου σχηματίζεται ΗΕΔ από επαγωγή:

$$E_{επ} = \frac{1}{2} B \omega \ell^2$$



Εναλλασσόμενο Ρεύμα (Alternating Current)

Περιγράφεται από την εξίσωση $V=V_o ημωt$

V_o : η μέγιστη τιμή της τάσης

Σε ωμικό αντιστάτη R το ρεύμα i είναι $i=I_o ημωt$

I_o : η μέγιστη τιμή της έντασης $I_o=\frac{V_o}{R}$

Ενεργός τιμή Έντασης (Effective value)

Είναι η τιμή του υποθετικού συνεχούς ρεύματος το οποίο μας δίνει το ίδιο ποσό θερμότητας με το εναλλασσόμενο αν εφαρμόζεται στην ίδια αντίσταση για τον ίδιο χρόνο

$$I_{εν}=\frac{I_o}{\sqrt{2}}$$

$$I_{εν}=0,707\ I_o$$

Ενεργός τιμή Τάσης

Είναι η συνεχής τάση που δίνει τιμή έντασης ίση με την ενεργό τιμή της έντασης του εναλλασσόμενου.

$$V_{εν}=\frac{V_o}{\sqrt{2}}$$

$$V_{εν}=0,707\ V_o$$

Νόμος του Ohm για το εναλλασσόμενο Ρεύμα

Ισχύει για τις στιγμιαίες, τις ενεργές τιμές και τα πλάτη:

$$i=\frac{V}{R},\quad I_o=\frac{V_o}{R},\quad I_{εν}=\frac{V_{εν}}{R}$$

Σύνθετη αντίσταση Z (Εμπέδηση) (Impedance)

Ονομάζεται το πηλίκο $Z=\frac{V_o}{I_o}=\frac{V_{εν}}{I_{εν}}$ που παρατηρείται στα άκρα ενός στοιχείου.

Εμπέδηση Πυκνωτή (Capacitance)

$$Z_C=\frac{1}{Cω}$$

Εμπέδηση Πηνίου (Inductance)

$$Z_L=Lω$$

Εμπέδηση Αντιστάτη (Resistance)

$$Z_R=R$$

Κύκλωμα με Πυκνωτή

Η τάση του πυκνωτή V_C καθυστερεί κατά $π/2$ σε σχέση με το ρεύμα i στο κύκλωμα

Κύκλωμα με Πηνίο

Η τάση του πηνίου V_L προηγείται κατά $π/2$ σε σχέση με το ρεύμα i στο κύκλωμα

Κύκλωμα με Αντιστάτη

Η τάση του αντιστάτη V_R είναι συμφασική με το ρεύμα i στο κύκλωμα

Κύκλωμα RLC (αντίσταση, πηνίο, πυκνωτής)

Από το σχήμα έχουμε:

$$V_{ολ} = \sqrt{(V_L - V_C)^2 + V_R^2} \quad ή$$

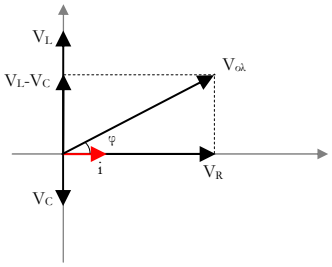
$$V_{ολ} = \sqrt{I^2\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2 + (IR)^2} \quad και$$

$$Z = \sqrt{\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2 + R^2}$$

και η διαφορά φάσης φ έντασης-τάσης:

$$συνφ = \frac{R}{Z}$$

Αν $i=Iημωt$ τότε $v=V_{ολ}ημ(ωt+φ)$ όπου τα $V_{ολ}$ και φ δίνονται από τις προηγούμενες σχέσεις.



Ανυσματικό διάγραμμα για κύκλωμα RLC

Ισχύς Εναλλασσόμενου (Power)

Η στιγμιαία ισχύς δεν έχει πρακτική αξία αφού είναι συνεχώς μεταβλητή $P=iv$

Μέση ισχύς (Effective Power)

$$P_μ = I_{εν} V_{εν} συνφ$$

όπου

φ : η διαφορά φάσης έντασης-τάσης στο κύκλωμα.

Συντονισμός στο RLC κύκλωμα

Αν συμβεί $Z_L=Z_C$ τότε $V_L=V_C$ οπότε στο κύκλωμα έχουμε $V_{ολ}=V_R$ και $φ=0$. Το ρεύμα και η μέση ισχύς μεγιστοποιούνται. Το φαινόμενο αυτό λέγεται συντονισμός του κυκλώματος RLC και παρατηρείται στη συχνότητα:

$$f = \frac{1}{2π\sqrt{LC}}$$

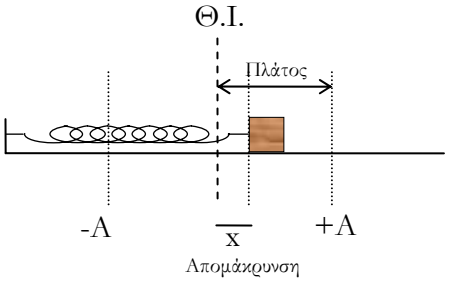
(συχνότητα συντονισμού RLC κυκλώματος)

Ταλαντώσεις (Periodic Motions)

Γραμμική Αρμονική Ταλάντωση (Simple harmonic motion)

Είναι η κίνηση που κάνει ένα σώμα όταν η απομάκρυνσή του περιγράφεται από σχέση της μορφής

$x=A\eta\mu\omega t$ όπου $x=0$ για $t=0$



Ισχύουν ακόμα:

$u = u_{max}\eta\mu\omega t$ με $u_{max}=\omega A$

$\alpha = -\alpha_{max}\eta\mu\omega t$ με $\alpha_{max}=\omega^2 A$

Δύναμη επαναφοράς

Ικανή και αναγκαία συνθήκη για να κάνει ένα σώμα γ.α.τ. είναι

$\Sigma F = - Dx$

όπου:

D : σταθερά επαναφοράς που εξαρτάται από το σύστημα που κάνει ταλάντωση

x : η απομάκρυνση από την Θ.Ι.

Κυκλική συχνότητα ω (angular frequency)

$D = m\omega^2$ άρα

$$\omega = \sqrt{\frac{D}{m}}$$

Περίοδος T (Period)

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{D}}$$

Σχέση επιτάχυνσης - απομάκρυνσης

$\alpha = - \omega^2 x$

Σχέση ταχύτητας - απομάκρυνσης

$$u = \pm\omega\sqrt{A^2 - x^2}$$

Σχέση επιτάχυνσης – ταχύτητας

$$\alpha = \pm\omega\sqrt{u_{max}^2 - u^2}$$

Δυναμική ενέργεια ταλάντωσης

$$U_T = \frac{1}{2}Dx^2$$

Κινητική ενέργεια ταλάντωσης

$$K = \frac{1}{2}mu^2$$

Μηχανική ενέργεια (ολική) ταλάντωσης

$$E = \frac{1}{2}DA^2 = \frac{1}{2}mu_{max}^2$$

Διατήρηση μηχανικής ενέργειας ταλάντωσης

$K + U_T = E$

Φθίνουσα Ταλάντωση

Κάθε ταλάντωση που δέχεται δύναμη αντίστασης (συνήθως της μορφής F=-bu) χάνει ενέργεια όποτε μειώνεται το πλάτος της.
όπου:

b: συντελεστής απόσβεσης

Μείωση πλάτους σε φθίνουσα ταλάντωση

$A = A_o e^{-\Lambda t}$

όπου:

A_o: Το πλάτος για t=0
Λ : σταθερά που εξαρτάται από το b
t : χρόνος πολλαπλάσιος της περιόδου t=NT

Σχέση πλατών σε φθίνουσα ταλάντωση

$$\frac{A_o}{A_1} = \frac{A_1}{A_2} = \frac{A_2}{A_3} = \dots$$

Εξαναγκασμένη Ταλάντωση

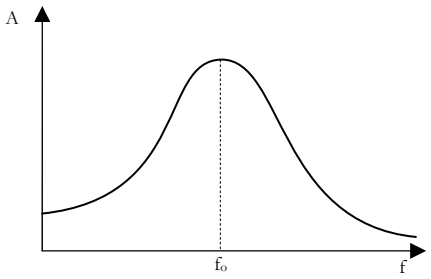
Ένα σύστημα κάνει εξαναγκασμένη ταλάντωση όταν δρα πάνω του μία εξωτερική περιοδική δύναμη (διεγέρτης). Στην εξαναγκασμένη ταλάντωση το σύστημα έχει την συχνότητα f του διεγέρτη και όχι την ιδιοσυχνότητά του f_o δηλαδή την συχνότητα της ελεύθερης ταλάντωσης.

Συντονισμός (Resonance)

Λέγεται το φαινόμενο που παρατηρείται όταν *η συχνότητα του διεγέρτη γίνει ίση με την ιδιοσυχνότητα του συστήματος:*

$f_\delta = f_{o.}$

Στον συντονισμό παρατηρούμε μεγιστοποίηση του πλάτους της ταλάντωσης γιατί το σύστημα απορροφά καλύτερα την ενέργεια που του παρέχει ο διεγέρτης σε συχνότητα f_o



Καμπύλη συντονισμού

Ηλεκτρική Ταλάντωση

Κύκλωμα LC με φορτισμένο τον πυκνωτή αν κλείσουμε τον διακόπτη κάνει ηλεκτρική ταλάντωση με συχνότητα:

$T = 2\pi\sqrt{LC}$

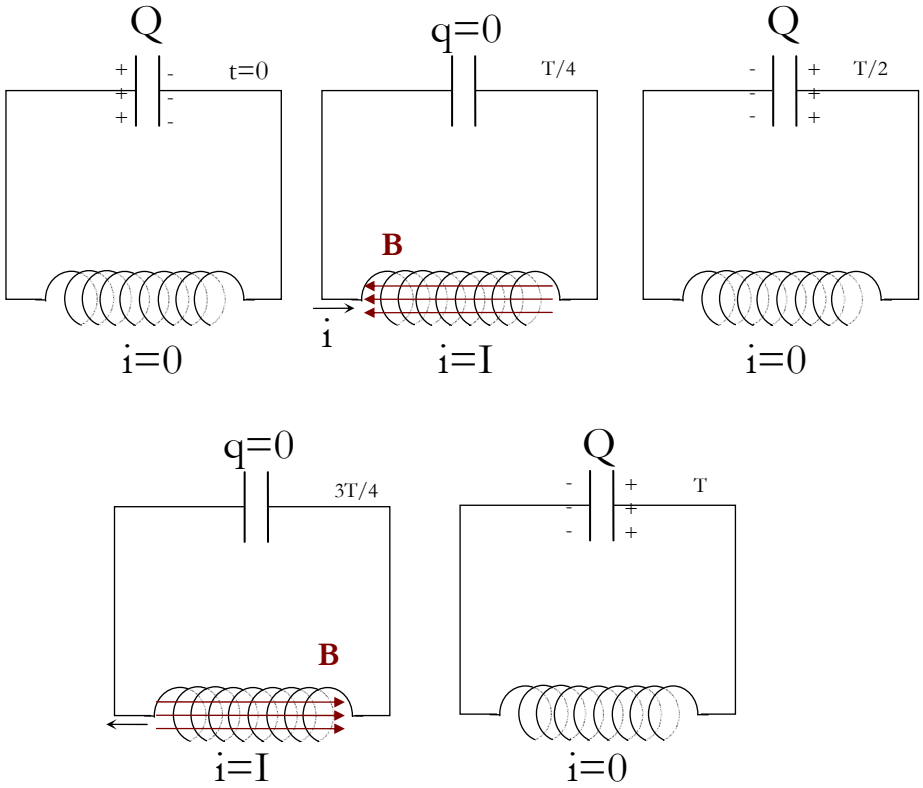
Εξισώσεις Ηλεκτρικής ταλάντωσης

A. q=Q *και* i=0 *την* t=0:

$q = Q\sigma\upsilon\nu\omega t$
$i = -I\eta\mu\omega t$ με $I = \omega Q$

B. q=0 *και* i=I *την* t=0:

$q = Q\eta\mu\omega t$
$i = I\sigma\upsilon\nu\omega t$



Γ. Αν $q\neq0$ και $i\neq0$ για $t=0$:

$q = Q\sigma\upsilon\nu(\omega t+\varphi)$

$i = -I\eta\mu(\omega t+\varphi)$

Ενέργεια Πυκνωτή (Capacitor)

$$U_E = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C}$$

Ενέργεια Πηνίου (Inductance)

$$U_B = \frac{1}{2}Li^2$$

Μέγιστη ενέργεια στην ηλεκτρική ταλάντωση

$E = U_E + U_B$

$$E = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2}LI^2$$

Σχέση ρεύματος – φορτίου στην ηλεκτρική ταλάντωση

$$i = \pm\omega\sqrt{Q^2 - q^2}$$

Σχέση τάσεων πυκνωτή πηνίου

$V_L = V_C$

Αναλογίες Μηχανικής—Ηλεκτρικής Ταλάντωσης

Μηχανική Ταλάντωση	Ηλεκτρική Ταλάντωση
Απομάκρυνση x	Φορτίο q
Ταχύτητα u	Ρεύμα i
Μάζα m	Συντελεστής αυτεπαγωγής πηνίου L
Σταθερά επαναφοράς D	1/C
Πλάτος A	Μέγιστο φορτίο Q
Επιτάχυνση α	Ρυθμός μεταβολής ρεύματος Δi/Δt
Δυναμική ενέργεια U	Ενέργεια U_E
Κινητική ενέργεια K	Ενέργεια U_B

Σύνθεση ταλαντώσεων

Αν ένα σώμα μετέχει σε δύο ταλαντώσεις τότε η απομάκρυνσή του είναι ίση με το άθροισμα των δύο απομακρύνσεων κάθε στιγμή.

$x_{ολ}=x_1+x_2$

Α. Περίπτωση $\omega_1=\omega_2=\omega$	**Β. Περίπτωση $A_1=A_2=A$ και $\omega_1 \neq \omega_2$**
Αν $x_1=A_1\eta\mu\omega t,$ $x_2=A_2\eta\mu(\omega t+\varphi)$ τότε $x = A'\eta\mu(\omega t+\theta)$ $A = \sqrt{A_1^2+A_2^2+2A_1A_2\sigma\upsilon\nu\varphi}$ με $\varepsilon\varphi\theta = \frac{A_2\eta\mu\varphi}{A_1+A_2\sigma\upsilon\nu\phi}$	Αν $x_1=A\eta\mu\omega_1 t,\quad x_2=A\eta\mu\omega_2 t$ τότε $x = 2A\,\sigma\upsilon\nu\left(\frac{\omega_1-\omega_2}{2}t\right)\eta\mu\left(\frac{\omega_1+\omega_2}{2}t\right)$ **Β1. Υποπερίπτωση $A_1=A_2=A$ και $\omega_1 \neq \omega_2$** $x = A'\eta\mu\bar{\omega}t$ όπου: $A' = 2A\,\sigma\upsilon\nu\left(\frac{\omega_1-\omega_2}{2}t\right)$ και $\bar{\omega}=\frac{\omega_1+\omega_2}{2}$ Το αποτέλεσμα είναι το *διακρότημα (beats)* Περίοδος Διακροτήματος: $T_\delta = \frac{1}{\lvert f_1-f_2\rvert}$ και $f_\delta = \lvert f_1 - f_2\rvert$

Κύματα (Waves)

Κύμα ελαστικότητας (μηχανικό κύμα) λέγεται η διάδοση μιας διαταραχής σε ένα ελαστικό μέσο.
Διακρίνονται σε:

(α) Μηχανικά Κύματα
(β) Ηλεκτρομαγνητικά Κύματα

Αλλά και σε:

(α) Εγκάρσια κύματα:
Τα μόρια του ελαστικού μέσου (ή τα μεγέθη των εντάσεων) ταλαντώνονται σε διεύθυνση κάθετη στη διεύθυνση διάδοσης του κύματος. Σχηματίζουν όρη και κοιλάδες.

(β) Διαμήκη κύματα:
Τα μόρια του ελαστικού μέσου ταλαντώνονται σε διεύθυνση παράλληλη στη διεύθυνση διάδοσης του κύματος. Σχηματίζουν πυκνώματα και αραιώματα.

(γ) Κυκλικά κύματα:
Τα μόρια του ελαστικού μέσου ταλαντώνονται και σε κάθετη και σε παράλληλη διεύθυνση στη διεύθυνση διάδοσης του κύματος, κάνοντας έτσι μια πιο σύνθετη κίνηση.

Μήκος Κύματος (Wave length)

Είναι η απόσταση που διανύει η διαταραχή σε χρόνο ίσο με μία περίοδο Τ του κύματος. Ή: Είναι η απόσταση δύο διαδοχικών κορυφών του κύματος. Ή : Είναι η απόσταση δύο σημείων του κύματος που έχουν διαφορά φάσης 2π

Θεμελιώδης εξίσωση της Κυματικής

$$\mathbf{u = \lambda f}$$

Εξίσωση κύματος

$$y = A\,\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)$$

Εξίσωση κύματος που διαδίδεται στον άξονα x προς τα θετικά και έχει μήκος κύματος λ και περίοδο Τ

$$y = A\,\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T}+\frac{x}{\lambda}\right)$$

Εξίσωση κύματος που διαδίδεται στον άξονα x προς τα αρνητικά

Συμβολή κυμάτων (επίπεδων) (Interference)

$$y = 2A\sigma\upsilon\nu 2\pi\left(\frac{r_1-r_2}{\lambda}\right)\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{r_1+r_2}{2\lambda}\right)$$

Ενίσχυση κυμάτων : $|r_1\text{-}r_2|=N\lambda$
Απόσβεση κυμάτων : $|r_1\text{-}r_2|=(2N+1)\lambda/2$

Στάσιμο Κύμα (Stationary Wave)

Είναι μία ιδιότυπη ταλάντωση χορδής. Προκύπτει όταν δύο ίδια κύματα που κινούνται αντίθετα συμβάλλουν.

$$y = y_1+y_2$$

$$y = 2A\,\sigma\upsilon\nu 2\pi\frac{x}{\lambda}\;\eta\mu 2\pi\frac{t}{T}$$

Δεσμοί: $x_\delta = N\frac{\lambda}{2}$, $N=0, \pm1, \pm2, \ldots$ Κοιλίες: $x_\kappa=(2N+1)\frac{\lambda}{4}$, $N=0, \pm1, \pm2, \ldots$

Φαινόμενο Doppler στο ηχητικό κύμα

(Doppler effect)

Αν ένας παρατηρητής (Observer O) ή η πηγή (Source S) κινούνται πάνω στη διεύθυνση διάδοσης του κύματος τότε:

$$f_o = f_s \frac{u \pm u_o}{u \mp u_s}$$

όπου:

f_o : Η συχνότητα που αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής
f_s : Η συχνότητα που εκπέμπει η πηγή
u : Η ταχύτητα του κύματος
u_o : Η ταχύτητα του παρατηρητή
u_s : Η ταχύτητα της πηγής

Τα επάνω πρόσημα ισχύουν όταν ο παρατηρητής πλησιάζει την πηγή (ή η πηγή πλησιάζει τον παρατηρητή) ενώ τα κάτω όταν απομακρύνονται.

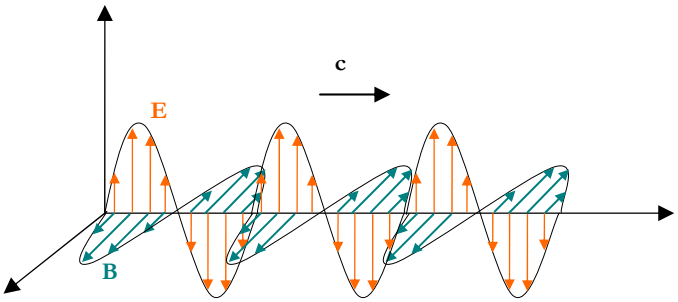
Ο τύπος ισχύει για ταχύτητες πηγής και παρατηρητή μικρότερες από αυτές του κύματος

Ηλεκτρομαγνητικό Κύμα

Τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα παράγονται με την επιτάχυνση ή την ταλάντωση ηλεκτρικών φορτίων.

Πρόκειται για δύο κύματα αλληλένδετα, ηλεκτρικό και μαγνητικό, κάθετα μεταξύ τους, συμφασικά και με ίδια ταχύτητα διάδοσης c.

Τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα διαδίδονται και στο κενό.



Σχηματική παράσταση ηλεκτρομαγνητικού κύματος
Τα επίπεδα ταλάντωσης των εντάσεων είναι κάθετα μεταξύ τους αλλά κάθετα και στην ταχύτητα c του κύματος
Το ηλεκτρικό και το μαγνητικό κύμα είναι συμφασικά.
Η ταχύτητα c στο κενό έχει τιμή $c=3\cdot10^8$ m/s

$$E = E_{max}\,\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)$$

$$B = B_{max}\,\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)$$

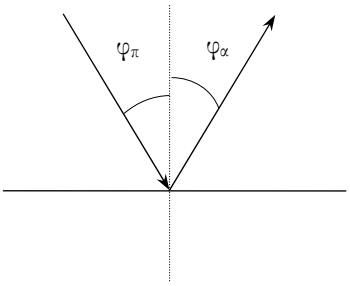
Κάθε χρονική στιγμή ισχύει για τις στιγμιαίες τιμές των εντάσεων:

$$c=\frac{E}{B}$$

Ανάκλαση φωτός (Reflection)

Νόμοι Ανάκλασης

- Η προσπίπτουσα ακτίνα η ανακλώμενη και η κάθετος στην επιφάνεια στο σημείο πρόσπτωσης βρίσκονται στο ίδιο επίπεδο.
- Η γωνία πρόσπτωσης είναι ίση με την γωνία ανάκλασης $\varphi_\pi = \varphi_\alpha$

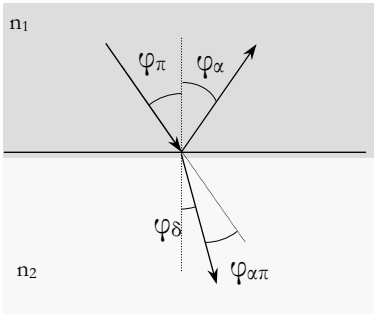


Το φως όταν αλλάζει μέσο διάδοσης

Η ταχύτητα του φωτός ***μικραίνει*** όταν το φως κινείται σε οπτικά διαφανές υλικό.
Η συχνότητα του φωτός ***ΔΕΝ αλλάζει*** όταν το φως διαδίδεται σε οπτικά διαφανές υλικό.
Το μήκος κύματος λ ***μικραίνει*** όταν το φως εισέρχεται σε οπτικά διαφανές υλικό σε σχέση με το μήκος κύματος στο κενό.
Τα ίδια ακριβώς συμβαίνουν και όταν το φως περάσει από απτικά αραιό σε οπτικά πυκνό υλικό.

Διάθλαση φωτός (Refraction)

Όταν το φως περνάει την διαχωριστική επιφάνεια δύο διαφορετικών υλικών n_1 και n_2 τότε δεν ακολουθεί την αρχική του πορεία αλλά παρουσιάζει μία εκτροπή. Το φαινόμενο αυτό λέγεται *διάθλαση* του φωτός.



Δείκτης διάθλασης n (Refractive Index)

Ορίζεται ως το πηλίκο $n=\frac{c_o}{c}$

Ισχύει:

$n > 1$ για κάθε υλικό αφού $c<c_o$

$n = 1$ για το κενό και τον αέρα (προσεγγιστικά)

Όσο μεγαλώνει το n τόσο (οπτικά) πυκνότερο είναι το σώμα

Άρα $c=\frac{c_o}{n}$

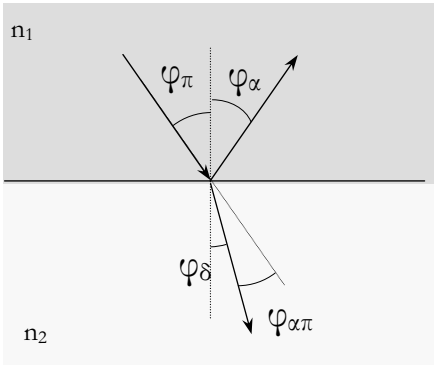
Ισχύουν ακόμα: $n=\frac{\lambda_o}{\lambda}$, $\lambda=\frac{\lambda_o}{n}$, $\frac{\lambda_1}{\lambda_2}=\frac{n_2}{n_1}$

Από τις προηγούμενες σχέσεις συνεπάγεται ότι:
Η ταχύτητα του φωτός μικραίνει όσο μεγαλώνει ο δείκτης διάθλασης n.
Το μήκος κύματος μικραίνει όσο μεγαλώνει ο δείκτης διάθλασης n.
Όταν n↑ τότε c↓ και λ↓

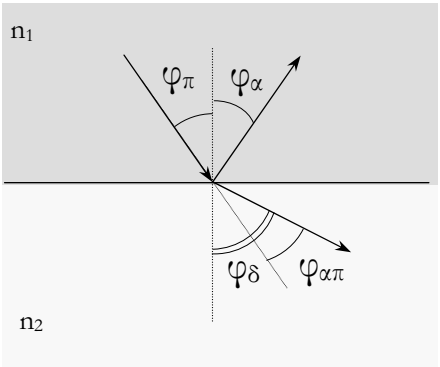
Γωνία Διάθλασης

Από αραιό (οπτικά) υλικό σε πυκνό το φως διαθλάται και πλησιάζει την κάθετο.
Από πυκνό υλικό σε αραιό το φως διαθλάται και απομακρύνεται από την κάθετο.

Η γωνία απόκλισης $\varphi_{απ}$ μεγαλώνει όσο μεγαλώνει η διαφορά από n_1 σε n_2.



Πορεία του φωτός από αραιό σε πυκνό υλικό, δηλαδή $n_1>n_2$



Πορεία του φωτός από πυκνό σε αραιό υλικό, δηλαδή $n_1<n_2$

Για τις γωνίες πρόσπτωσης και διάθλασης $\theta_π$ και $\theta_δ$ ισχύει ο…

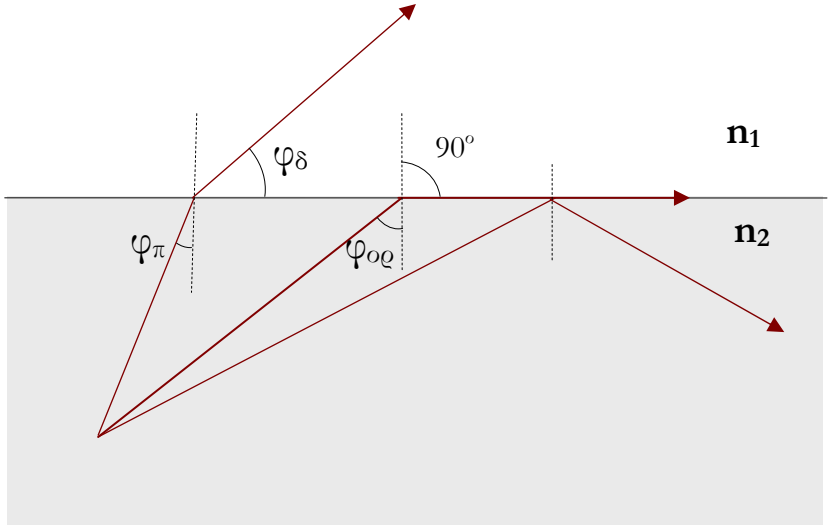
Νόμος του Snell

$$\frac{ημθ_π}{ημθ_δ}=\frac{n_δ}{n_π}$$

(το φως πάει από το υλικό $n_π$ στο υλικό $n_δ$)

Ολική Ανάκλαση (Total internal reflection)

Παρατηρείται όταν το φως περνάει από *πυκνό σε αραιό* υλικό. Για κάποια οριακή γωνία $\varphi_{oρ}$ το φως έχει γωνία διάθλασης 90^o οπότε για τις μεγαλύτερες γωνίες δεν παρατηρούμε διάθλαση αλλά μόνο ανάκλαση.

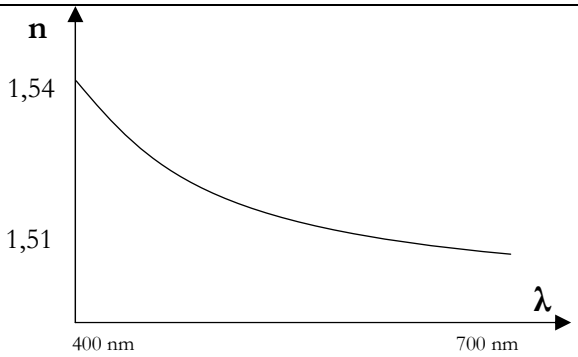


$$\frac{ημφ_{oρ}}{ημ90}=\frac{n_1}{n_2} \quad ή \quad ημφ_{oρ}=\frac{n_1}{n_2}$$

Όταν περνάει από κάποιο υλικό n στον αέρα όπου $n_1=1$ τότε $ημφ_{oρ}=\frac{1}{n}$

Διασκεδασμός (Dispersion)

Ο δείκτης διάθλασης n ενός υλικού δεν είναι ο ίδιος για όλες τις ακτινοβολίες. *Η εξάρτηση του δείκτη διάθλασης από το μήκος κύματος της ακτινοβολίας λέγεται διασκεδασμός.*

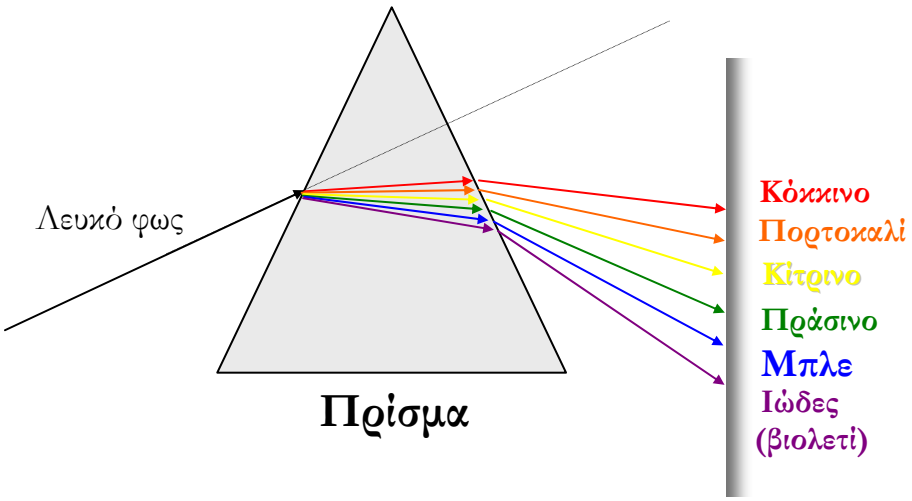


Εξάρτηση του δείκτη διάθλασης n από το μήκος κύματος λ
Ο δείκτης διάθλασης μειώνεται (γενικά) όσο μεγαλώνει το μήκος κύματος λ

Λόγω του διασκεδασμού όταν σε κάποιο υλικό κινούνται διάφορα «χρώματα» του φωτός τότε:

Όσο λ↑ τόσο c↑ και η γωνία εκτροπής $\varphi_{απ}$ ↓

Στο φαινόμενο του διασκεδασμού οφείλεται η ανάλυση του λευκού φωτός σε χρώματα και η δημιουργία του φάσματος της ίριδας.



Στερεό Σώμα

Κέντρο μάζας σώματος ή συστήματος (Center of Mass)

Αν Oxyz ένα καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων τότε το κέντρο μάζας συστήματος μαζών ή σώματος (που θεωρείται ως άθροισμα πολλών σημειακών μαζών m_i που βρίσκονται στις θέσεις x_i, y_i, z_i) βρίσκεται από τις σχέσεις:

$$x_{cm} = \frac{\Sigma m_i x_i}{\Sigma m_i}, \quad y_{cm} = \frac{\Sigma m_i y_i}{\Sigma m_i}, \quad z_{cm} = \frac{\Sigma m_i z_i}{\Sigma m_i}$$

ή πιο συμπυκνωμένα: $\vec{r}_{cm} = \frac{\Sigma m_i \vec{r}_i}{\Sigma m_i}$

(στην περίπτωση του στερεού σώματος τα αθροίσματα γίνονται ολοκληρώματα)

Γωνιακή επιτάχυνση α

Είναι ο ρυθμός μεταβολής (παράγωγος) της γωνιακής ταχύτητας ω ενός σώματος. Μονάδα: rad/sec^2

$$\vec{\alpha} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}$$

Το διάνυσμα της α έχει την κατεύθυνση της μεταβολής της γωνιακής ταχύτητας dω

Μεταφορική και στροφική κίνηση

Μεταφορική κίνηση είναι η αλλαγή θέσης του κέντρου μάζας του σώματος (συστήματος).
Περιστροφική είναι η κίνηση του σώματος στην οποία το κέντρο μάζας παραμένει ακίνητο.

Β' Νόμος για τη μεταφορική κίνηση

$$\vec{\alpha}_{cm} = \frac{\Sigma \vec{F}_{\varepsilon\xi}}{M}$$

όπου:

$\Sigma F_{\varepsilon\xi}$: Η συνισταμένη των εξωτερικών δυνάμεων στο σώμα ή σύστημα
M : Η μάζα του σώματος
α_{CM} : Η επιτάχυνση του κέντρου μάζας

Αν P η ολική ορμή (διανυσματικό άθροισμα) του σώματος (συστήματος) τότε

$$\Sigma \vec{F}_{\varepsilon\xi} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

Διατήρηση της ορμής σε σύστημα σωμάτων

Αν $\Sigma F_{\varepsilon\xi} = 0$ τότε $dP/dt = 0$ ή P = σταθερό

Ροπή δύναμης τ (Moment of Force)

Ονομάζουμε ροπή τ δύναμης ως προς σημείο το διάνυσμα

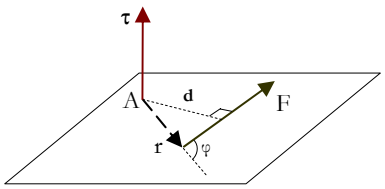
$$\tau = \vec{r} \times \vec{F} \quad \text{ή} \quad \tau = Fd\eta\mu\varphi$$

ή απλούστερα

$$\tau = Fd$$

όπου:

d : η απόσταση της δύναμης F από το θεωρούμενο σημείο



Ροπή δύναμης F ως προς σημείο A

Το διάνυσμα της ροπής σχεδιάζεται έτσι ώστε να είναι κάθετο στο επίπεδο που σχηματίζουν η δύναμη F και η απόσταση d ή r και με φορά που καθορίζεται με τον κανόνα του δεξιόστροφου κοχλία ή του δεξιού χεριού:

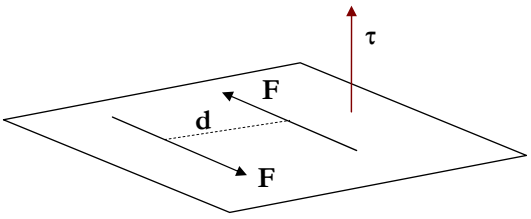
Αν περιστρέψουμε δεξιόστροφο κοχλία έτσι όπως καθορίζει η δύναμη η φορά κίνησης του κοχλία μας δίνει την φορά του διανύσματος

Ροπή Ζεύγους Δυνάμεων

Ζεύγος Δυνάμεων ονομάζουμε δύο αντίθετες δυνάμεις που ασκούνται σε διαφορετικά σημεία

Η ροπή του ζεύγους αποδεικνύεται ότι είναι ίδια για οποιοδήποτε σημείο του επιπέδου τους και ισούται με το γινόμενο της μίας δύναμης F επί την απόσταση d των δύο δυνάμεων.

$\tau = Fd$



Ροπή ζεύγους δυνάμεων

Ισορροπία Στερεού Σώματος

Ένα Στερεό Σώμα ισορροπεί όταν συμβαίνουν:

$$\Sigma\vec{F} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} \Sigma F_x = 0 \\ \Sigma F_y = 0 \\ \Sigma F_z = 0 \end{cases}$$

Εξασφαλίζει ότι το κέντρο μάζας του σώματος ηρεμεί ή κινείται με σταθερή u_{CM} ταχύτητα

και:

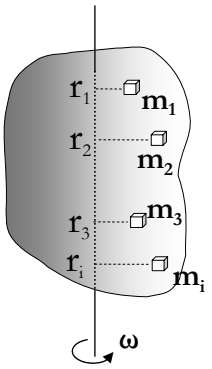
$$\Sigma\vec{\tau} = 0$$

Εξασφαλίζει ότι δεν έχει γωνιακή ταχύτητα ω ή αυτή είναι σταθερή

Ροπή Αδράνειας I (Moment of Inertia)

Ορίζεται:

$$I = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + \ldots + m_i r_i^2$$
$$I = \Sigma m_i r_i^2$$



Για συνεχές μέσο είναι ολοκλήρωμα:

$$I = \int r^2 dm$$

Η ροπή αδράνειας παίζει τον ρόλο της μάζας στη στροφική κίνηση

Ροπές αδράνειας μερικών ομογενών στερεών

Σώμα	Άξονας	Ροπή Αδράνειας
Υλικό σημείο	Απόσταση R	mR^2
Λεπτή ράβδος μήκους L	Κάθετος στη ράβδο στο κέντρο μάζας	$\frac{1}{12}ML^2$
Ορθογώνιο επίπεδο διαστάσεων α, β	Κάθετος στο επίπεδο στο κέντρο μάζας	$\frac{1}{12}M(\alpha^2+\beta^2)$
Λεπτός Δακτύλιος	Κάθετος στο επίπεδο στο κέντρο του Διάμετρος	MR^2 $\frac{1}{2}MR^2$
Δίσκος	Κάθετος στο κέντρο	$\frac{1}{2}MR^2$
Κύλινδρος	Άξονας κυλίνδρου	$\frac{1}{2}MR^2$
Σφαίρα	Διάμετρος	$\frac{2}{5}MR^2$
Κοίλη σφαίρα	Διάμετρος	$\frac{2}{3}MR^2$

Θεώρημα Steiner-Huygens

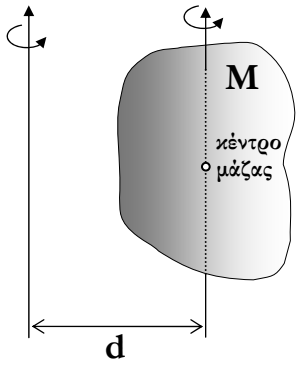
(Θεώρημα παράλληλων αξόνων)

Με το θεώρημα αυτό μπορούμε να βρούμε την ροπή αδράνειας ως οποιοδήποτε άξονα παράλληλο με τον άξονα που περνάει από το κέντρο μάζας του σώματος

$$I = I_{CM} + Md^2$$

όπου:

I : η ροπή αδράνειας ως προς τον νέο άξονα
I_{CM} : η ροπή αδράνειας ως προς τον άξονα που περνάει από το κέντρο μάζας
M : η μάζα του σώματος
d : η απόσταση του νέου άξονα από τον άξονα που περνάει από το κέντρο μάζας



Στροφορμή L (Angular Momentum)

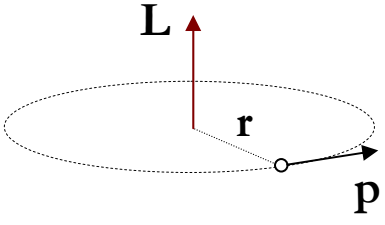
Ορίζουμε στροφορμή L ενός υλικού σημείου m που κινείται με γραμμική ταχύτητα u σε κύκλο ακτίνας r το διανυσματικό μέγεθος

$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$

$L = mur$

όπου:

p : η ορμή του σώματος $p = mu$



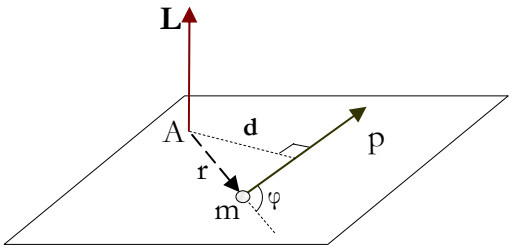
Ο ορισμός είναι και γενικότερος. Το σώμα δεν χρειάζεται να κινείται σε κύκλο.

$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$

$L = mur\eta\mu\theta$ ή $L = mud$

όπου:

d : η απόσταση ορμής (ταχύτητας) και σημείου ως προς το οποίο υπολογίζουμε την στροφορμή



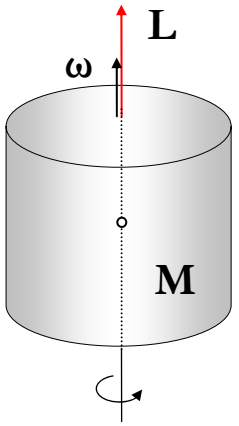
Στροφορμή Στερεού Σώματος

Υπολογίζεται ότι είναι ίση με το γινόμενο της ροπής αδράνειας I επί την γωνιακή ταχύτητα ω του σώματος

$\vec{L} = I\vec{\omega}$ (1)

ή

$L = I\omega$



Η ολική στροφορμή ενός συστήματος είναι το διανυσματικό άθροισμα των στροφορμών των στοιχείων του

$\vec{L} = \vec{L}_1 + \vec{L}_2 + ...$

Ο τύπος (1) ισχύει μόνο για σώματα με άξονα συμμετρίας. Στη γενική περίπτωση η στροφορμή L δεν είναι συγγραμμική με την γωνιακή ταχύτητα ω (ούτε η ροπή αδράνειας είναι μονόμετρο μέγεθος!). Τότε μπορούμε να γράψουμε $\vec{L}_z = I\vec{\omega}$, όπου z ο άξονας περιστροφής και L_z η συνιστώσα της στροφορμής στον άξονα z.

Θεμελιώδης Νόμος της Στροφικής Κίνησης

Είναι η εφαρμογή του β' νόμου Newton στην περίπτωση της στροφικής κίνησης. *Αν σε ένα σώμα ασκηθεί ροπή τ τότε αυτό θα αποκτήσει γωνιακή επιτάχυνση α και θα ισχύει:*

$\vec{\Sigma\tau} = I\vec{\alpha}$ ή $\Sigma\tau = I\alpha$

Η ροπή αδράνειας I είναι υπολογισμένη ως προς τον άξονα περιστροφής του σώματος

Γενικότερα ο νόμος διατυπώνεται:

$\vec{\Sigma\tau} = \frac{d\vec{L}}{dt}$ Και για σύστημα σωμάτων $\vec{\Sigma\tau}_{\varepsilon\xi} = \frac{d\vec{L}_{o\lambda}}{dt}$

Αρχή Διατήρησης της Στροφορμής

Αν σε ένα σώμα ή σύστημα η συνισταμένη των εξωτερικών ροπών είναι μηδέν τότε η στροφορμή του σώματος ή συστήματος διατηρείται σταθερή:

$\vec{\Sigma\tau}_{\varepsilon\xi} = \frac{d\vec{L}_{o\lambda}}{dt} = 0 \Leftrightarrow \vec{L}_{\alpha\rho\chi} = \vec{L}_{\tau\varepsilon\lambda} \Leftrightarrow I\omega_1 = I\omega_2$ (όταν I=σταθ)

$I_1\omega_1 = I_2\omega_2$

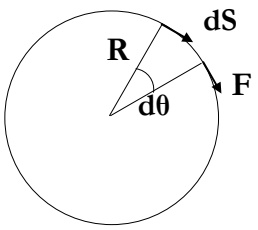
Κινητική Ενέργεια Περιστροφής

$K = \frac{1}{2} I\omega^2$

Όταν το σώμα περιστρέφεται και εκτελεί μεταφορική κίνηση συγχρόνως τότε η κινητική του ενέργεια είναι:

$K = \frac{1}{2} I\omega^2 + \frac{1}{2} M u_{cm}^2$

Έργο Σταθερής Δύναμης κατά την περιστροφή



Αν μία σταθερή δύναμη F ασκείται εφαπτομενικά σε σώμα που περιστρέφεται τότε το έργο της υπολογίζεται από το άθροισμα

$W = \Sigma dW = \Sigma FRd\theta = \Sigma \tau d\theta$

όπου dθ η απειροστές γωνίες της περιστροφής.
Αν η ροπή είναι σταθερή τότε:

$W=\tau\theta$

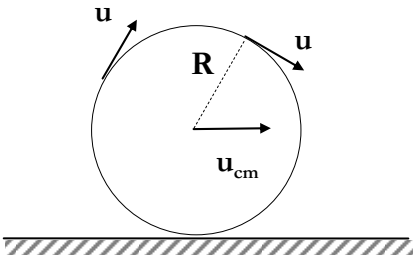
Η ισχύς της παραπάνω ροπής είναι $P = \tau\omega$

Το Θεώρημα Έργου—Ενέργειας στη Στροφική Κίνηση

$$\Sigma W = \frac{1}{2} I \omega_2^2 - \frac{1}{2} I \omega_1^2$$

Το άθροισμα των έργων των ροπών που δρουν σε ένα σώμα ισούται με την μεταβολή της κινητικής ενέργειας περιστροφής του σώματος.

Κύλιση Τροχού



Όταν ένας τροχός ακτίνας R κυλάει χωρίς να ολισθαίνει τότε η μεταφορική του ταχύτητα u_{CM} ισούται κατά μέτρο με την γραμμική ταχύτητα των σημείων της περιφέρειάς του

$u_{CM} = u = \omega R$

άρα παραγωγίζοντας βρίσκουμε τη σχέση μεταξύ των δύο επιταχύνσεων:

$\alpha_{CM} = \alpha R$

όπου:

α_{CM} : η επιτάχυνση του κέντρου μάζας του
α : η γωνιακή επιτάχυνση

Περιστροφή με σταθερή γωνιακή ταχύτητα ω

Κατ' αναλογία με την ευθύγραμμη ομαλή έχουμε τις εξής σχέσεις:

ω = σταθερή
$\varphi = \varphi_o + \omega_o t$

Περιστροφή με σταθερή γωνιακή επιτάχυνση α

Κατ' αναλογία με την ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση έχουμε τις εξής σχέσεις:

α = σταθερή
$\omega = \omega_o + \alpha t$
$\varphi = \varphi_o + \omega_o t + ½\alpha t^2$

Κρούσεις (Collisions)

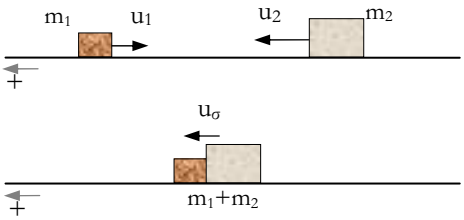
Ονομάζουμε κρούση το φαινόμενο κατά το οποίο δύο ή περισσότερα σώματα αλληλεπιδρούν για ελάχιστο χρόνο με πολύ ισχυρές δυνάμεις.
Η κρούση δεν είναι απαραίτητο να αναφέρεται σε σύγκρουση (επαφή) των σωμάτων.
Σε ατομικό επίπεδο τα σωματίδια ποτέ δεν έρχονται σε επαφή, όμως θεωρούμε ότι έχουμε κρούση, που στην περίπτωση αυτή ονομάζεται σκέδαση (scattering)
Διακρίνουμε τις κρούσεις σε *Κεντρικές (central)* και *Πλάγιες (non central)*, αν τα σώματα κινούνται με ταχύτητες πάνω στη διάκετρό τους καθώς και σε *Ελαστικές (elastic)* και *Ανελαστικές (inelastic)*, αν η Μηχανική Ενέργεια (πιο συχνά η Κινητική Ενέργεια) διατηρείται, ή όχι, στην κρούση.

Σε κάθε κρούση θεωρούμε ότι ισχύει η Αρχή Διατήρησης της Ορμής

$$\vec{p}_{\alpha\rho\chi} = \vec{p}_{\tau\epsilon\lambda}$$

Α. Πλαστική Κρούση σε μία διάσταση

Η πλαστική κρούση είναι μία ειδική ανελαστική κρούση στην οποία τα δύο σώματα συσσωματώνονται και δημιουργούν ένα σώμα. Ισχύει



$$p_{\alpha\rho\chi}=p_{\tau\epsilon\lambda} \Leftrightarrow$$
$$m_2u_2 - m_1u_1 = (m_1+m_2)u_\sigma$$

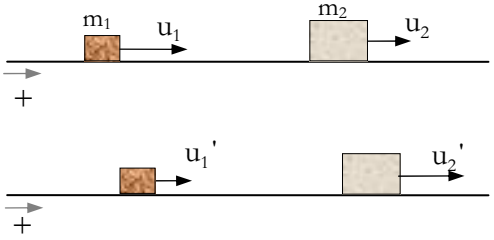
Η κινητική ενέργεια πάντα μειώνεται κατά την πλαστική κρούση

Β. Ελαστική Κρούση σε μία διάσταση

Ισχύει και η Α.Δ.Ο. αλλά και η διατήρηση της Κινητικής ενέργειας. Τελικά προκύπτει ότι:

$$\vec{u}_1' = \frac{(m_1-m_2)\vec{u}_1 + 2m_2\vec{u}_2}{m_1+m_2}$$

$$\vec{u}_2' = \frac{(m_2-m_1)\vec{u}_2 + 2m_1\vec{u}_1}{m_1+m_2}$$



όταν δουλεύουμε σε κάποιο άξονα (σε μία διάσταση) τότε αντικαθιστούμε τα διανύσματα των ταχυτήτων με τις αλγεβρικές τους τιμές στον άξονα, δηλαδή με τα μέτρα των ταχυτήτων μαζί με το πρόσημό τους ως προς τον άξονα.

Στην περίπτωση αρχικά ακίνητου δεύτερου σώματος οι σχέσεις γίνονται:

$$\vec{u}_1' = \frac{(m_1-m_2)\vec{u}_1}{m_1+m_2}$$

$$\vec{u}_2' = \frac{2m_1\vec{u}_1}{m_1+m_2}$$

Γ. Ελαστική Κρούση σε δύο διαστάσεις.

Ισχύει η Α.Δ.Ο. και η διατήρηση της Κινητικής Ενέργειας. Για να βρεθούν οι ταχύτητες των σωμάτων μετά την κρούση απαιτούνται όχι μόνο οι ταχύτητες των σωμάτων πριν την κρούση αλλά και κάποιο μέγεθος μετά την κρούση (μία γωνία ή μία ταχύτητα).

Συνήθως αναλύουμε σε άξονες και εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της ορμής σε κάθε άξονα ξεχωριστά (αλλά την διατήρηση της ενέργειας συνολικά και όχι σε άξονες).

Ιδανικά Αέρια (Perfect Gases)

Νόμοι Αερίων

Νόμος Ισόχωρης Μεταβολής (Νόμος Gay-Lussac)	**Νόμος Ισοβαρούς Μεταβολής (Νόμος Charles)**
$\frac{P}{T} = \sigma\tau\alpha\theta.$	$\frac{V}{T} = \sigma\tau\alpha\theta.$
Νόμος Ισόθερμης Μεταβολής (Νόμος Boyle-Marriote)	**Νόμος Αδιαβατικής Μεταβολής (Νόμος Poisson)**
$PV=\sigma\tau\alpha\theta.$	$PV^{\gamma}=\sigma\tau\alpha\theta.$
Καταστατική Εξίσωση των Αερίων	
$PV = nRT$ όπου: n : ο αριθμός των mole, $n=m/MB$, $n=N/N_A$ N_A : ο αριθμός του Avogadro $6{,}023\cdot10^{23}$ που είναι ο αριθμός των μορίων σε ένα mol ουσίας R : η παγκόσμια σταθερά των αερίων με τιμή 8,3144 $Jmol^{-1}K^{-1}$	
Συνδυαστικός Νόμος Αερίων	
$\frac{PV}{T} = \sigma\tau\alpha\theta.$	

Κινητική Θεωρία των Αερίων

Η **κινητική θεωρία των αερίων** προσπαθεί να ενώσει την μακροσκοπική περιγραφή των αερίων (μεγέθη P, V, T) με την μικροσκοπική περιγραφή του, δηλαδή με την κίνηση των μορίων του. Το ζητούμενο είναι να βρεθούν σχέσεις που να δίνουν μακροσκοπικά μεγέθη, όπως πίεση και θερμοκρασία, συναρτήσει 'μικροσκοπικών' μεγεθών, όπως η ταχύτητα των μορίων του αερίου, το πλήθος τους, η μάζα τους…

Το **μοντέλο του Ιδανικού Αερίου** περιλαμβάνει τις παραδοχές:

i. Τα μόρια είναι ελαστικές σημειακές σφαίρες
ii. Στις κρούσεις τους ισχύουν οι αρχές της κλασικής φυσικής (αρχή διατήρησης ορμής, ενέργειας…)
iii. Οι κρούσεις των μορίων μεταξύ τους καθώς και με τα τοιχώματα των δοχείων που τα περιέχουν είναι ελαστικές
iv. Η διάρκεια της κρούσης είναι αμελητέα σε σχέση με το χρονικό διάστημα μεταξύ των κρούσεων
v. Δυνάμεις ασκούνται στα μόρια μόνο στο χρονικό διάστημα της σύγκρουσης, οπότε η κίνηση των μορίων μεταξύ δύο διαδοχικών κρούσεων είναι ευθύγραμμη ομαλή.
vi. Τα μόρια βρίσκονται σε διαρκή κίνηση
vii. Ο όγκος που καταλαμβάνει η μάζα των μορίων είναι αμελητέος σε σχέση με τον όγκο του δοχείου που τα περιέχει
viii. Το πλήθος των μορίων είναι πολύ μεγάλο
ix. Η κινητική ενέργεια κατανέμεται εξίσου σε όλες τις δυνατές κινήσεις των μορίων

Με βάση τις αρχές αυτές:

$$P = \frac{1}{3} d\overline{u^2} = \frac{1}{3}\frac{N}{V} m\overline{u^2}$$

$\overline{u^2}$: η μέση τιμή των τετραγώνων των ταχυτήτων των μορίων
d : η πυκνότητα του αερίου
N : ο αριθμός των μορίων του αερίου
m : η μάζα ενός μορίου του αερίου

Η ενεργός ταχύτητα (root mean square speed)

$$u_{\varepsilon\nu} = u_{rms} = \sqrt{\overline{u^2}} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} = \sqrt{\frac{3RT}{M_r}}$$

Η μέση Κινητική Ενέργεια των μορίων

$$\overline{K} = \frac{3}{2} kT$$

Στις παραπάνω σχέσεις :

k : Η σταθερά του Boltzmann,
$k = R/N_A$ με τιμή $1{,}38 \cdot 10^{-23}\ JK^{-1}$

Θεώρημα Ισοκατανομής Ενεργειών

Σε ένα αέριο σε ισορροπία κάθε ανεξάρτητη μεταβλητή της κίνησης έχει κινητική ενέργεια $K=½kT$.

Η ανεξάρτητη μεταβλητή της κίνησης λέγεται βαθμός ελευθερίας f (degree of freedom) και είναι
για μονοατομικά αέρια f=3
για διατομικά αέρια χωρίς ταλάντωση f=5
για διατομικά αέρια με ταλάντωση f=7
για πολυατομικά αέρια f>6

Άρα η κινητική ενέργεια *ενός* μορίου είναι :

$$K = \frac{f}{2}kT$$

Ειδικές θερμότητες Αερίων

$$C_p = C_V + R$$

C_p : Ειδική γραμμομοριακή θερμότητα υπό σταθερή πίεση
C_V : Ειδική γραμμομοριακή θερμότητα υπό σταθερό όγκο
ισχύει:

$\gamma = C_p/C_v$
$C_V = R/(\gamma-1)$
$C_P = \gamma R/(\gamma-1)$
$C_V = fR/2$
$C_P = (f/2+1)R$

Εσωτερική Ενέργεια Αερίου (Internal Energy)

$$U = Nf\frac{1}{2}kT$$
$$U = n\,C_V T$$

Θερμοδυναμική

Α' Νόμος της Θερμοδυναμικής

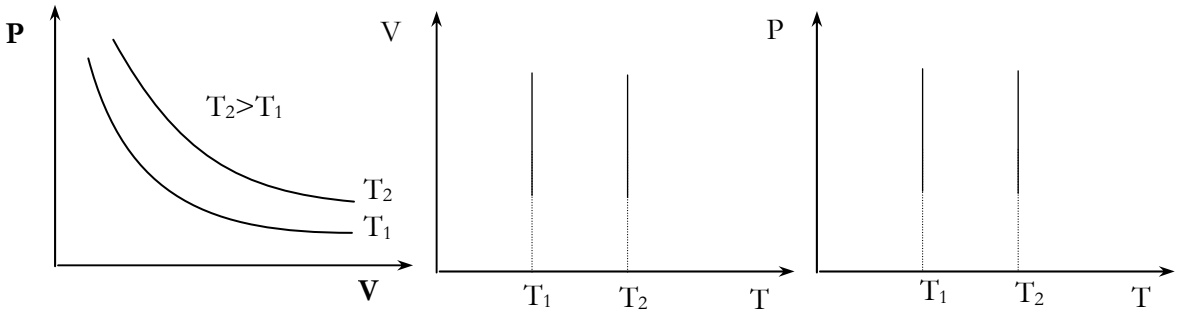
$Q=\Delta U+W$

Q : θερμότητα που απορροφάται (>0) ή αποβάλλεται (<0) από το αέριο
ΔU : μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας του αερίου
W : έργο που γίνεται από το αέριο (>0) ή γίνεται στο αέριο (<0)

Αντιστρεπτή Μεταβολή (Reversible change)

Μία μεταβολή λέγεται αντιστρεπτή όταν γίνεται (υποτίθεται) τόσο αργά ώστε κάθε ενδιάμεση κατάσταση να είναι κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας.
Η αντιστρεπτή μεταβολή στο διάγραμμα P-V παριστάνεται από μία συνεχή καμπύλη γραμμή.

Ισόθερμη Μεταβολή



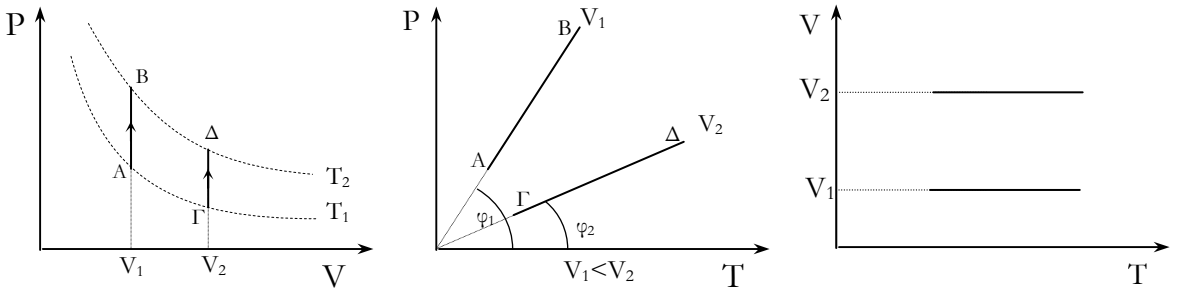
Ισχύουν:

$\Delta U = 0, \quad W = Q,$

και ο νόμος

$P_2V_2=P_1V_1$

Ισόχωρη μεταβολή

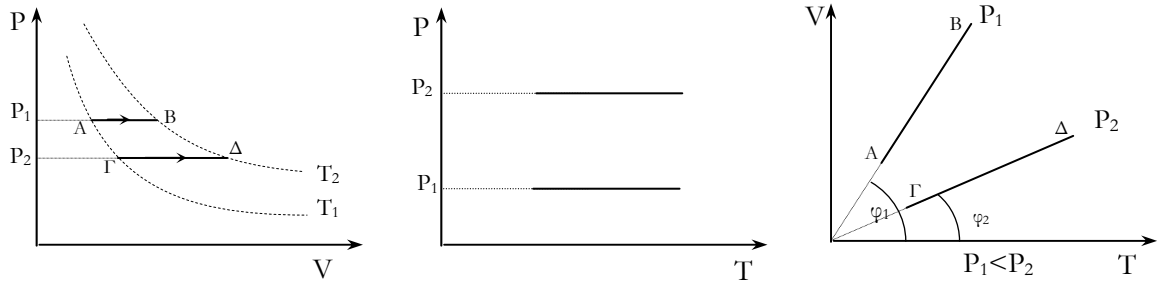


$Q = nC_V\Delta T, \quad \Delta U = nC_V\Delta T, \quad W = 0$

Και ο νόμος:

$P_2/T_2=P_1/T_1$

Ισοβαρής Μεταβολή



$Q = nC_P\Delta T, \quad \Delta U = nC_V\Delta T, \quad W = P\Delta V$

Και ο νόμος:

$V_2/T_2=V_1/T_1$

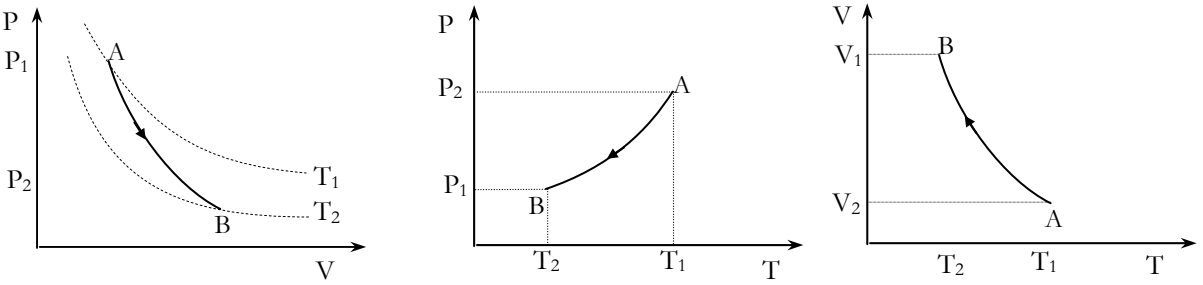
Αδιαβατική μεταβολή

Είναι η μεταβολή στην οποία το αέριο δεν ανταλλάσσει ενέργεια με το περιβάλλον του. Ο νόμος Poisson γράφεται με σύμβολα ως εξής

PV^γ = σταθερό ή $P_1V_1^\gamma = P_2V_2^\gamma$

(Νόμος Poisson)

Οι γραφικές παραστάσεις αυτού του νόμου φαίνονται στα παρακάτω σχήματα:



Στην αδιαβατική μεταβολή ισχύει:

$$Q = 0, \quad \Delta U = nC_V\Delta T \text{ ή } \Delta U = -W, \quad W = \frac{P_2V_2 - P_1V_1}{1-\gamma}$$

Άλλες εκφράσεις του νόμου του Poisson:

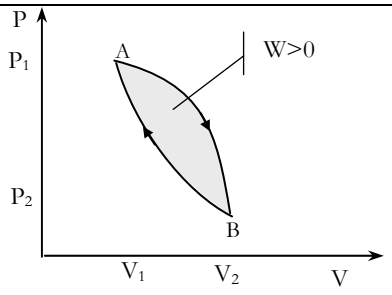
$T_1V_1^{\gamma-1} = T_2V_2^{\gamma-1}$

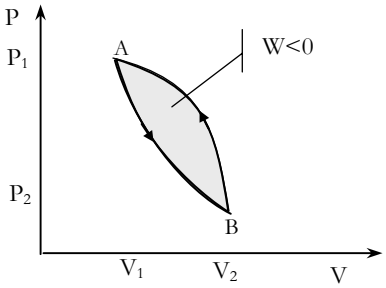
$T_1P_1^{1-\gamma/\gamma} = T_2P_2^{1-\gamma/\gamma}$

Κυκλική μεταβολή

Είναι η μεταβολή που η τελική κατάσταση συμπίπτει με την αρχική. Σε κάθε διάγραμμα μία τέτοια μεταβολή είναι μία κλειστή καμπύλη. Σε αυτή ισχύουν:

- ✓ Επειδή η συνολική μεταβολή της θερμοκρασίας είναι $\Delta T=0$ θα είναι και $\Delta U = nC_V\Delta T = 0$.
- ✓ Από τον Α' θερμοδυναμικό νόμο έπεται: $Q = W$ Δηλαδή η ποσότητα της θερμότητας που συνολικά δίνεται στο αέριο (ή αφαιρείται από αυτό) ισούται με το έργο που παράγει ή δαπανά το αέριο
- ✓ Το έργο στην κυκλική μεταβολή είναι πάντα το εμβαδό που ορίζει η κλειστή καμπύλη στο διάγραμμα P-V και είναι θετικό όταν η καμπύλη είναι δεξιόστροφη και αρνητικό όταν η καμπύλη είναι αριστερόστροφη.

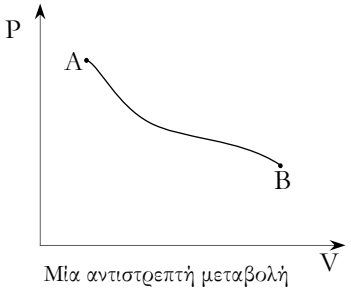




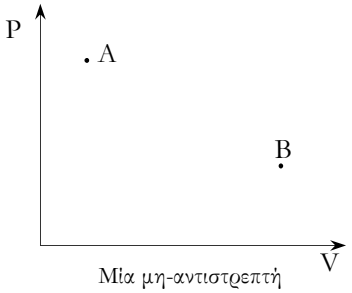
Μη αντιστρεπτή μεταβολή

Μία **μη αντιστρεπτή** μεταβολή είναι αυτή που το σύστημα μεταβαίνει απότομα (γρήγορα) από την μία κατάσταση στην άλλη και δεν προλαβαίνει έτσι να περάσει από διαδοχικές καταστάσεις ισορροπίας. Μία τέτοια μεταβολή παριστάνεται από δύο σημεία στο διάγραμμα P-V.

Παραδείγματα μη αντιστρεπτών μεταβολών είναι η απότομη εκτόνωση αερίου, η μεταφορά θερμότητας από το θερμό στο ψυχρό σώμα, η ελεύθερη εκτόνωση αερίου (όταν βγάζουμε ένα διάφραγμα), κτλ. Οι περισσότερες μεταβολές στην φύση είναι μη αντιστρεπτές, μία καλή προσέγγιση όμως είναι αυτές που γίνονται αργά και στις οποίες οι τριβές είναι αμελητέες.



Μία αντιστρεπτή μεταβολή

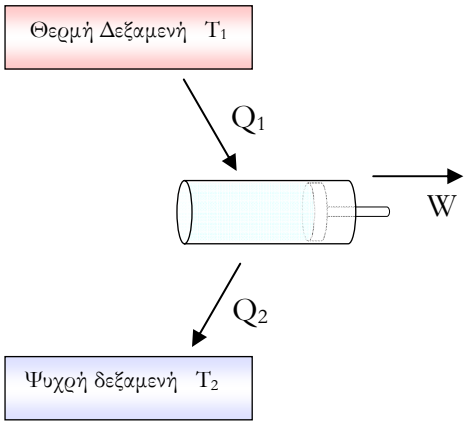


Μία μη-αντιστρεπτή μεταβολή

Θερμικές Μηχανές

Θερμική μηχανή είναι μία διάταξη που μετατρέπει την θερμότητα σε (χρήσιμο) έργο, χρησιμοποιώντας την κυκλική μεταβολή ενός αερίου.

Το αέριο απορροφά ενέργεια Q_1 από την θερμή δεξαμενή θερμοκρασίας T_1, σε μια ή περισσότερες αντιστρεπτές μεταβολές, και αποδίδει θερμότητα Q_2 στην ψυχρή δεξαμενή θερμοκρασίας $T_2<T_1$, (σε μια ή περισσότερες αντιστρεπτές μεταβολές). Η μηχανή αποδίδει επίσης έργο $W=Q_1 - |Q_2|$



Συντελεστής απόδοσης θερμικής μηχανής

$$n = \frac{W}{Q_1} = \frac{Q_1 - |Q_2|}{Q_1} = 1 - \frac{|Q_2|}{Q_1}$$ Πάντα ισχύει $n<1$

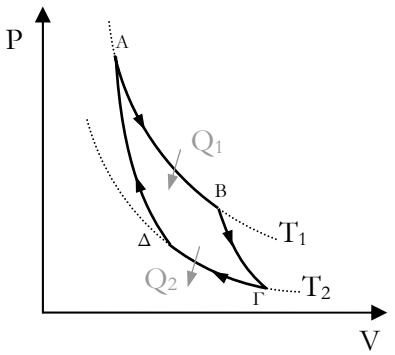
Κύκλος Carnot

Αποτελείται από:

ΑΒ : ισόθερμη εκτόνωση σε θερμοκρασία T_1 στην οποία το αέριο απορροφά θερμότητα Q_1

ΒΓ : αδιαβατική εκτόνωση

ΓΔ : ισόθερμη συμπίεση στην οποία το αέριο αποβάλλει θερμότητα Q_2 (<0)



ΔΑ : αδιαβατική συμπίεση μέχρι την αρχική κατάσταση Α

Ο συντελεστής απόδοσης n_c του κύκλου του Carnot αποδεικνύεται ότι είναι ο μέγιστος από κάθε θερμική μηχανή που εργάζεται μεταξύ των δύο θερμοκρασιών T_1 και T_2.

Στο κύκλο Carnot ισχύει: $\frac{|Q_2|}{Q_1} = \frac{T_2}{T_1}$ άρα:

Απόδοση κύκλου Carnot

$$n_c = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

Β΄ Θερμοδυναμικός Νόμος

Διατύπωση Kelvin-Planck:
Είναι αδύνατο να κατασκευαστεί θερμική μηχανή που να μετατρέπει ολόκληρη την θερμότητα που απορροφά σε ωφέλιμο έργο.
Σύμφωνα με την διατύπωση αυτή n<1
Διατύπωση Clausious:
Είναι αδύνατο να κατασκευαστεί μηχανή που να μεταφέρει ποσό θερμότητας από ψυχρή δεξαμενή σε θερμή δεξαμενή χωρίς την δαπάνη ενέργειας για τη λειτουργία της.
Σύμφωνα με τη διατύπωση αυτή δεν μπορεί να κατασκευαστεί ψυγείο που να δουλεύει χωρίς δαπάνη ενέργειας

Εντροπία

Είναι, όπως και η εσωτερική ενέργεια, συνάρτηση της κατάστασης ενός συστήματος. Η μεταβολή της εντροπίας ΔS σε μία μικρή αντιστρεπτή μεταβολή (που θεωρούμε Τ≈σταθερή) ισούται με

$$\Delta S = \frac{\Delta Q}{T}$$

Σε μία *αντιστρεπτή* μεταβολή $\Delta S_{AB} = \int_A^B \frac{dQ}{T}$

Σε μη-αντιστρεπτή μεταβολή ΑΒ η εντροπία υπολογίζεται συνδέοντας τις καταστάσεις Α και Β με κάποιες κατάλληλες αντιστρεπτές μεταβολές και εφαρμόζοντας τον παραπάνω τύπο.

Για αδιαβατικές μεταβολές ισχύει πάντα $\Delta S \geq 0$ και μάλιστα το πρόσημο ίσον ισχύει μόνο για τις αντιστρεπτές μεταβολές.

Η εντροπία σχετίζεται με την αταξία των μονάδων που αποτελούν το σύστημα.

Ο Δεύτερος Θερμοδυναμικός Νόμος και η Εντροπία

Ο β' Θ. Ν. μπορεί να διατυπωθεί και ως εξής: Σε κάθε απομονωμένο σύστημα οι αυθόρμητες μεταβολές γίνονται έτσι ώστε να αυξάνεται η εντροπία.

Κινήσεις σε πεδία δυνάμεων

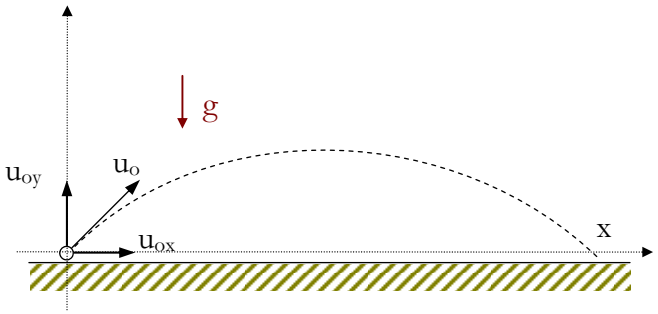
Αρχή της ανεξαρτησίας των κινήσεων (Galileo Galilei 1600 μ.Χ.)

Όταν ένα κινητό μετέχει δύο ή περισσοτέρων κινήσεων τότε αυτές γίνονται ανεξάρτητα η μία από την άλλη και η συνολική μετατόπιση μετά από χρόνο t είναι ίδια είτε αυτές γίνονται ταυτόχρονα για χρόνο t είτε διαδοχικά για τον ίδιο χρόνο t η καθεμία.

Βολή στο ομογενές βαρυτικό πεδίο

Πλάγια βολή γωνίας θ προς τα πάνω

Συνδυασμός κατακόρυφης βολής με αρχική ταχύτητα u_{oy} και ευθύγραμμης ομαλής με ταχύτητα u_{ox}



x : $u_x=u_{ox}$

$x=x_o+u_{ox}t$

y : $u_y=u_{oy}-gt$

$y=y_o+u_{oy}t-\frac{1}{2}gt^2$

Πλάγια βολή γωνίας θ προς τα κάτω

Συνδυασμός κατακόρυφης βολής προς τα κάτω με αρχική ταχύτητα u_{oy} και ευθύγραμμης ομαλής με ταχύτητα u_{ox}

x : $u_x=u_{ox}$

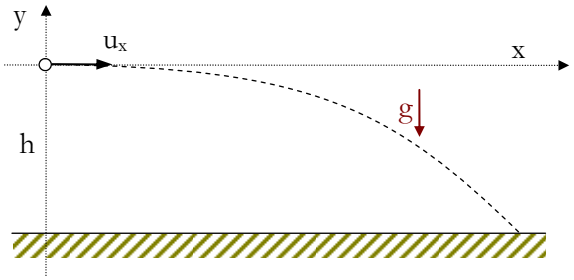
$x=x_o+u_{ox}t$

y : $u_y=u_{oy}+gt$

$y=y_o+u_{oy}t+\frac{1}{2}gt^2$

Οριζόντια βολή

Συνδυασμός ελεύθερης πτώσης χωρίς αρχική ταχύτητα και ευθύγραμμης ομαλής με ταχύτητα $u_{ox}=u_o$



x : $u_x=u_o$

$x=x_o+u_ot$

y : $u_y=gt$

$y=h-\frac{1}{2}gt^2$

Κίνηση σε Ανομοιογενές Βαρυτικό Πεδίο

Ενας πλανήτης ή άστρο μάζας M δημιουργεί γύρω του βαρυτικό πεδίο με ένταση $\vec{g}$ που δίνεται από τη σχέση:

$g = G\frac{M}{r^2}$, r>R. Στην επιφάνειά του $g_o = G\frac{M}{R^2}$,

Και δυναμικό $V = -G\frac{M}{r}$

Γενικά το έργο της δύναμης του πεδίου για μετακίνηση μάζας m από σημείο Α σε σημείο Γ του πεδίου είναι $W_{A\to\Gamma}=m(V_A-V_B)$.

Δύο μεγέθη παρουσιάζουν ενδιαφέρον: Η ταχύτητα διαφυγής και οι Δορυφόροι

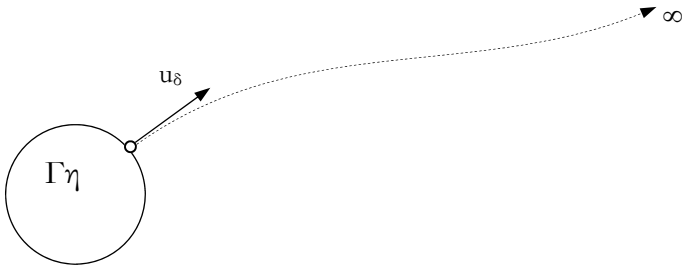
Ταχύτητα Διαφυγής

Εφαρμόζοντας την διατήρηση της μηχανικής ενέργειας στο σύστημα Γη – σώμα έχουμε:

$E_1=E_2 \Leftrightarrow \frac{1}{2}mu_\delta^2 - G\frac{M}{r}m = 0 \Leftrightarrow u_\delta=\sqrt{\frac{2GM_\Gamma}{R_\Gamma}}$, άρα:

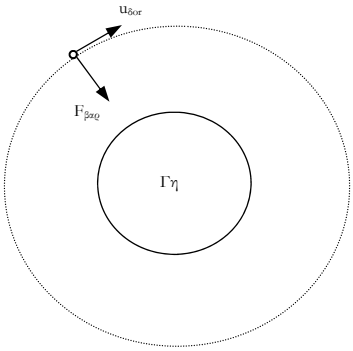
Για να διαφύγει από την έλξη της Γης ένα σώμα από την επιφάνειά της πρέπει να βληθεί με ταχύτητα $u_\delta=\sqrt{\frac{2GM_\Gamma}{R_\Gamma}}$ όπου M_Γ η μάζα της Γης και R_Γ η ακτίνα της. u_δ = 11,2 Km/sec

Για να διαφύγει σώμα από την έλξη της Γης από κάποιο ύψος h πάνω από την ακτίνα της πρέπει $u_\delta=\sqrt{\frac{2GM_\Gamma}{R_\Gamma+h}}$



Δορυφόρος

Είναι κάθε σώμα που η βαρυτική δύναμη που δρα πάνω του είναι η κεντρομόλος για την κυκλική τροχιά του. Για να συμβεί αυτό πρέπει το σώμα (που απέχει h από τη επιφάνεια της Γης) να έχει ταχύτητα: $u_{\delta o\rho}=\sqrt{\frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma+h}}$

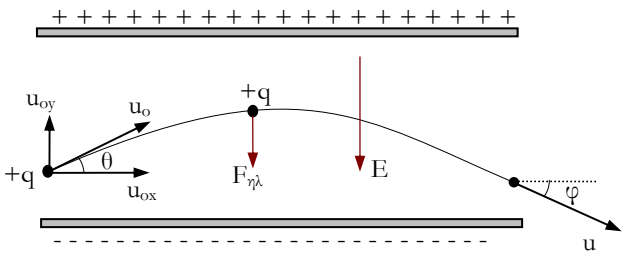


Βολή στο ομογενές ηλεκτρικό πεδίο

Στο ομογενές πεδίο υπολογίζουμε την επιτάχυνση α του σωματιδίου με τον β νόμο του Νεύτωνα και μετά εφαρμόζουμε ανάλογους τύπους με το βαρυτικό πεδίο.

$\alpha=\frac{\Sigma F}{m}=\frac{qE}{m}=\frac{qV}{m\ell}$

όπου Ε η ένταση του πεδίου, V η διαφορά δυναμικού και ℓ η απόσταση των οπλισμών του πυκνωτή



Επίσης αναλύουμε την ταχύτητα u του σωματιδίου σε μία συνιστώσα κάθετη και μία παράλληλη με τις γραμμές του πεδίου.

Παράλληλα στις γραμμές του πεδίου

Επιταχυνόμενη ή επιβραδυνόμενη κίνηση

$u=u_o\pm at$

$x=x_o+u_ot\pm\frac{1}{2}at^2$

Κάθετα στις γραμμές του πεδίου

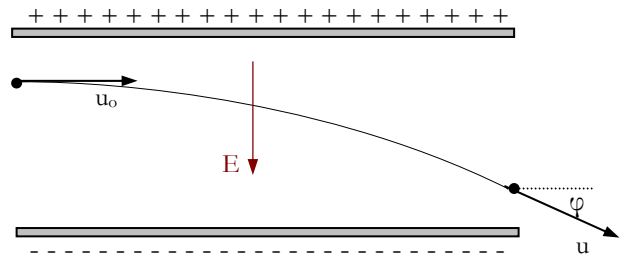
Συνδυασμός επιταχυνόμενης κίνησης χωρίς αρχική ταχύτητα και ευθύγραμμης ομαλής με ταχύτητα $u_{ox}=u_o$

x : $u_x=u_o$

$x=x_o+u_ot$

y : $u_y=\alpha t$

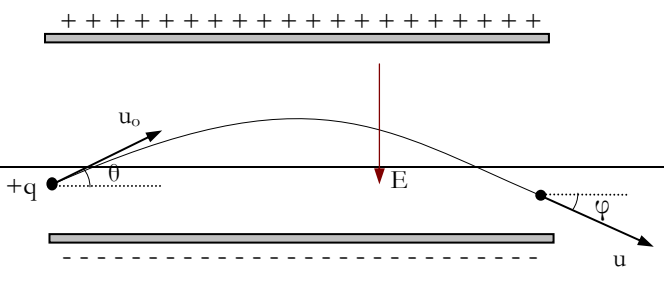
$y=y_o+\frac{1}{2}\alpha t^2$



Με γωνία θ ως προς τις γραμμές του πεδίου

Συνδυασμός επιταχυνόμενης κίνησης (+) ή επιβραδυνόμενης (-) με αρχική ταχύτητα u_{oy} και ευθύγραμμης ομαλής με ταχύτητα u_{ox}

x : $u_x=u_{ox}$



$x=x_o+u_{ox}t$

y : $u_y=u_{oy}\pm gt$

$y=y_o+u_{oy}t\pm\frac{1}{2}gt^2$

Κίνηση σε ανομοιογενές Ηλεκτρικό Πεδίο

Γενικά το έργο της δύναμης του πεδίου για μετακίνηση φορτίου q από Α σε Β είναι:
$W_{A\to\Gamma}=q(V_A-V_B)$.

Τα προβλήματα αυτά αντιμετωπίζονται με την διατήρηση της Μηχανικής Ενέργειας αν είναι δυνατό.

Κίνηση σε Ομογενές Μαγνητικό Πεδίο

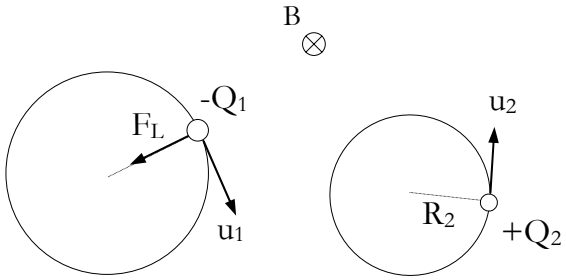
Ταχύτητα κάθετη στις γραμμές του πεδίου

Η δύναμη Lorentz είναι η σταθερή και πάντα κάθετη στην ταχύτητα u άρα είναι κεντρομόλος και το σώμα κάνει ομαλή κυκλική κίνηση.

$F_L=F_\kappa \Leftrightarrow Buq=mu^2/R \Leftrightarrow$

$R=\frac{mu}{Bq}$ (Ακτίνα κυκλικής κίνησης)

$T=\frac{2\pi m}{Bq}$ (Περίοδος κυκλικής κίνησης)



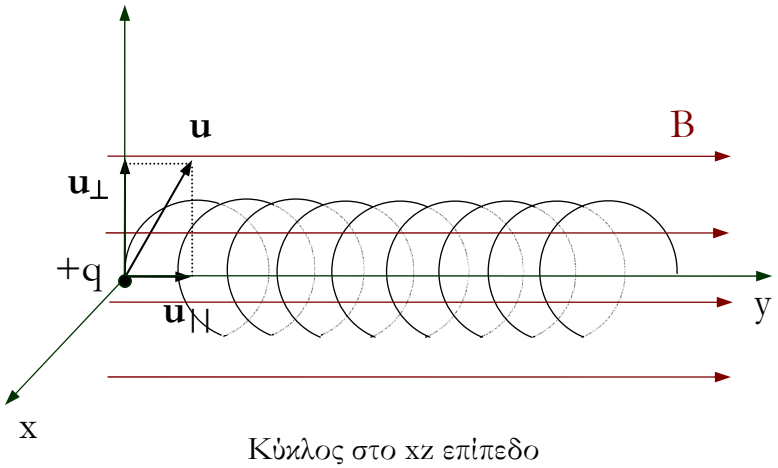
Κατά σύμβαση ζωγραφίζουμε:

- ⊙ διάνυσμα κάθετο στη σελίδα με φορά προς τα έξω (προς το μάτι του παρατηρητή!)
- ⊗ διάνυσμα κάθετο στη σελίδα με φορά προς τα μέσα.

Ταχύτητα που σχηματίζει γωνία θ με τις γραμμές του πεδίου

Η ταχύτητα αναλύεται σε δύο συνιστώσες, μία $u_\perp$ κάθετη στις γραμμές του πεδίου, και μία $u_{||}$ παράλληλη στις γραμμές του πεδίου.

Με την κάθετη συνιστώσα κάνει ομαλή κυκλική κίνηση ακτίνας $R=\frac{mu_\perp}{Bq}$ και με την παράλληλη συνιστώσα κάνει ευθύγραμμη ομαλή κίνηση (έστω στον x'x άξονα) άρα $x=u_{||}t$
Ο συνδυασμός είναι μία έλικα.



Κύκλος στο xz επίπεδο
και Ε.Ο.Κ. στον άξονα y

Ονομάζουμε *βήμα* της έλικας την απόσταση που διανύει σε χρόνο μίας περιόδου Τ (είναι η απόσταση δύο διαδοχικών σπειρών).

Αυτή βρίσκεται από την εξίσωση κίνησης $x= u_{||}t$ θέτοντας $t=T$

Ατομική Και Πυρηνική Φυσική

Νέες Μονάδες

Στην ατομική και πυρηνική φυσική χρησιμοποιείται πολύ η ατομική μονάδα μάζας (atomic mass unit, a.m.u. ή σκέτα u) που είναι το 1/12 της μάζας του ατόμου του άνθρακα $^{12}_{6}C$. Ισχύει $1u = 1.66054 \cdot 10^{-27}$ Kg. Επειδή η ενέργεια και η μάζα είναι ταυτόσημες ($E=mc^2$) μπορούμε να μετράμε τη μάζα με μονάδες ενέργειας πχ σε eV. Ένα ηλεκτρονιοβόλτ eV είναι η ενέργεια που αποκτά ένα ηλεκτρόνιο όταν επιταχυνθεί σε διαφορά δυναμικού 1 Volt.
$1\ eV = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Joule. Πολύ χρήσιμη είναι η μετατροπή $1u = 931.4\ MeV/c^2$

Κβάντωση ηλεκτρομαγνητικού κύματος

Η ενέργεια εκπέμπεται και απορροφάται από την ύλη κατά ασυνεχή τρόπο, δηλαδή κατά κβάντα φωτός ή φωτόνια. (Plank)
Quantum: ποσότητα στα λατινικά (πληθ. quanta).

Κυματοσωματιδιακός Δυϊσμός

Σε κάθε κβάντο φωτός μήκους κύματος λ και συχνότητας f αντιστοιχεί ενέργεια $E=hf$ και ορμή $p=\frac{hf}{c}=\frac{h}{\lambda}$

(Planck 1900)

Σε κάθε σωματίδιο μάζας m και ταχύτητας u αντιστοιχεί ένα μήκος κύματος $\lambda=\frac{h}{mu}$ (εξίσωση de Broglie)

όπου:

$h = 6.63 \cdot 10^{-34}$ Js η σταθερά του Planck

Γραμμικά φάσματα

Είναι τα φάσματα εκπομπής και απορρόφησης κάθε αερίου. Αποτελούνται από φωτεινές γραμμές (εκπομπής) και σκοτεινές γραμμές (απορρόφησης).
Το φάσμα απορρόφησης ενός αερίου έχει τις σκοτεινές γραμμές στις ίδιες θέσεις που έχει τις φωτεινές γραμμές το φάσμα εκπομπής.
Τα γραμμικά φάσματα είναι χαρακτηριστικά (η ταυτότητα, το δακτυλικό αποτύπωμα) του αερίου που το εξέπεμψε.

Μοντέλο του Bohr για το άτομο του υδρογόνου

1. Το ηλεκτρόνιο κινείται σε συγκεκριμένες κυκλικές τροχιές, που ονομάζονται επιτρεπτές τροχιές, χωρίς να εκπέμπει ενέργεια. Επιτρεπτές είναι οι τροχιές που έχουν στροφορμή L ακέραιο πολλαπλάσιο της ποσότητας $\frac{h}{2\pi}$

   $L = n\frac{h}{2\pi}$, ή $L = n\hbar$,

   n=1,2,3… κύριος κβαντικός αριθμός

   $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ (προφέρεται h bar)

2. Το ηλεκτρόνιο εκπέμπει ενέργεια μόνο όταν έχουμε μετάβαση από υψηλότερη ενεργειακή στάθμη σε κάποια χαμηλότερη και η ενέργεια που εκπέμπεται είναι:

   $hf = E_{αρχ} - E_{τελ}$

   $E_{αρχ}$: η ενέργεια κάποιας στάθμης n'

   $E_{τελ}$: η ενέργεια κάποιας στάθμης $n < n'$

Ενέργειες επιτρεπτών τροχιών:

$E_n = -\frac{E_o}{n^2}$, n=1,2,3,… οι αριθμοί των διαφόρων ενεργειακών σταθμών

όπου:

E_o : η ενέργεια της θεμελιώδους στάθμης, $E_o=\frac{m_e e^4}{8\varepsilon_o^2 h^2}$

m_e, e : η μάζα ηρεμίας και το φορτίο του ηλεκτρονίου
ε_o : η διηλεκτρική σταθερά του κενού
h : η σταθερά του Planck

Ακτίνες επιτρεπτών τροχιών:

$r_n = r_o n^2$, n=1,2,3,… οι αριθμοί των διαφόρων επιτρεπτών τροχιών
όπου:

r_o : η ακτίνα της θεμελιώδους στάθμης, $r_o=\frac{h^2\varepsilon_o}{\pi m_e e^2}$

m_e, e : η μάζα ηρεμίας και το φορτίο του ηλεκτρονίου
ε_o : η διηλεκτρική σταθερά του κενού
π : ο αριθμός π=3,14…
h : η σταθερά του Planck

Ραδιενέργεια (Radioactivity)

Η αυθόρμητη εκπομπή ύλης ή και ακτινοβολίας από ένα πυρήνα.

Διάσπαση α (α decay)

$${}^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A-4}_{Z-2}Y + \alpha$$

όπου α = πυρήνας ηλίου ${}^{4}_{2}He$

π.χ.

$${}^{238}_{92}U \rightarrow {}^{234}_{90}Th + {}^{4}_{2}He$$

Διάσπαση β^+ (β^+ decay)

$p \rightarrow n + e^+ + \nu_e$ (διάσπαση πρωτονίου, γίνεται μόνο μέσα στους πυρήνες των ατόμων)

$${}^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A}_{Z-1}Y + e^+ + \nu_e$$

όπου

e^+ : ποζιτρόνιο (positron) το αντισωματίδιο του ηλεκτρονίου
ν : νετρίνο (neutrino)

π.χ.

$${}^{11}_{6}C \rightarrow {}^{11}_{5}B + e^+ + \nu_e$$

Διάσπαση β^- (β^- decay)

$n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$ (διάσπαση νετρονίου, γίνεται στη φύση και στα ελεύθερα νετρόνια)

$${}^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A}_{Z+1}Y + e^- + \bar{\nu}_e$$

όπου

e^- : ηλεκτρόνιο
$\bar{\nu}_e$: αντινετρίνο

π.χ.

$${}^{234}_{90}Th \rightarrow {}^{234}_{91}Pa + e^- + \bar{\nu}_e$$

Διάσπαση γ (γ decay)

$${}^{A}_{Z}X^* \rightarrow {}^{A}_{Z}X + \gamma$$

όπου

γ : σωματίδιο γ, φωτόνιο πολύ μεγάλης ενέργειας
${}^{A}_{Z}X^*$: πυρήνας σε κατάσταση διέγερσης

Νόμος της ραδιενεργούς μείωσης

$$\frac{\Delta N}{\Delta t} = -\lambda N$$
$$N = N_o e^{-\lambda t}$$

όπου:

N : αριθμός αδιάσπαστων πυρήνων την χρονική στιγμή t

N_o : αριθμός πυρήνων την χρονική στιγμή 0, αρχικός αριθμός πυρήνων

λ : σταθερά διάσπασης

Προσοχή: Ο αριθμός των πυρήνων που διασπάστηκαν μέχρι την στιγμή t είναι $N-N_0$

Ονομάζουμε *Ενεργότητα* την απόλυτη τιμή του ρυθμού μείωσης των πυρήνων, δηλαδή το μέγεθος $\frac{\Delta N}{\Delta t}$. Η μονάδα της ενεργότητας είναι το bequerel

Χρόνος ημιζωής (half time)

Είναι ο χρόνος που πρέπει να περάσει ώστε να διασπαστούν οι μισοί πυρήνες του υλικού.

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}$$

Έλλειμμα μάζας

Το άθροισμα των μαζών των σωματιδίων που αποτελούν ένα πυρήνα είναι μικρότερο από το αντίστοιχο άθροισμα των μαζών των ίδιων σωματιδίων σε ελεύθερη κατάσταση.

$\Delta M = Zm_p + Nm_n - M_{πυρ}$

$\Delta M = Zm_p + Nm_n - (M_{ατόμου} - Zm_e)$

όπου: m_p, m_n, m_e οι μάζες πρωτονίου, νετρονίου, ηλεκτρονίου

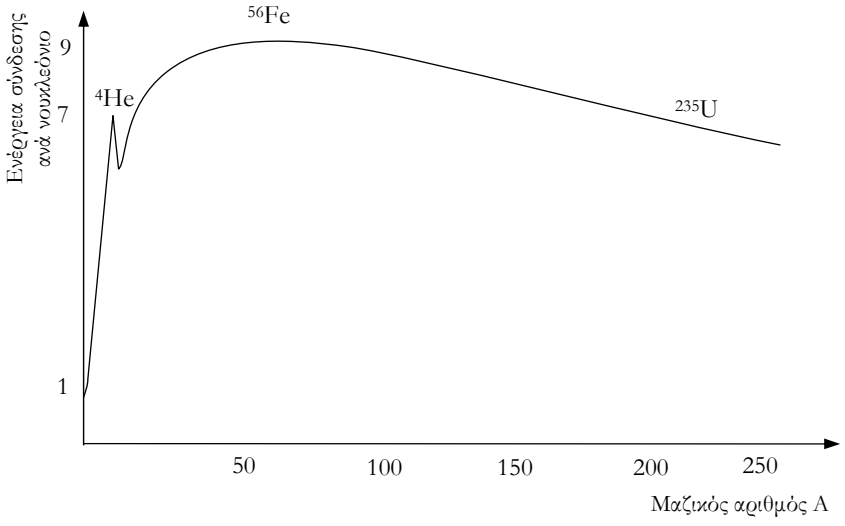
Ενέργεια σύνδεσης

Το ισοδύναμο σε ενέργεια του ελλείμματος μάζας είναι η ενέργεια σύνδεσης E_B

$E_B = \Delta M c^2$. Η ενέργεια σύνδεσης είναι ίση με την ενέργεια που πρέπει να δώσουμε σε ένα πυρήνα ώστε να διαλυθεί πλήρως, δηλαδή να χωριστούν σε 'άπειρη' απόσταση τα νουκλεόνια που τον απαρτίζουν.

Ενέργεια σύνδεσης ανά νουκλεόνιο

Το μέγεθος E_B/A, όπου Α ο μαζικός αριθμός, λέγεται ενέργεια σύνδεσης ανά νουκλεόνιο και μετράει την σταθερότητα του πυρήνα του ατόμου. Μεγαλύτερη ενέργεια σύνδεσης ανά νουκλεόνιο → μεγαλύτερη σταθερότητα πυρήνα.



Πυρηνικές Αντιδράσεις

Σε κάθε πυρηνική αντίδραση (Nuclear reaction) $A+B\rightarrow \Gamma+\Delta$ υπάρχει μεταβολή μάζας
$\Delta m = M_A + M_B - M_\Gamma - M_\Delta$ και παράγεται ή καταναλώνεται ενέργεια $Q=\Delta Mc^2$
Αν $Q>0$ η αντίδραση είναι εξώθερμη.
Αν $Q<0$ η αντίδραση είναι ενδόθερμη.

Αντιδράσεις σχάσης (Nuclear fission)

Είναι οι αντιδράσεις στις οποίες ένας βαρύς πυρήνας σπάει σε ένα αριθμό ελαφρύτερων πυρήνων, ένας από τους οποίους έχει $A>56$.
π.χ.

$$^{235}_{92}\mathrm{U} + {}^{1}_{0}\mathrm{n} \rightarrow {}^{93}_{38}\mathrm{Sr} + {}^{140}_{54}\mathrm{Xe} + 3\,{}^{1}_{0}\mathrm{n} + 198{,}3\ \mathrm{MeV}$$

$$^{235}_{92}\mathrm{U} + {}^{1}_{0}\mathrm{n} \rightarrow {}^{141}_{56}\mathrm{Ba} + {}^{92}_{36}\mathrm{Kr} + 3\,{}^{1}_{0}\mathrm{n} + 208\ \mathrm{MeV}$$

Αντιδράσεις σύντηξης (Nuclear fusion)

Είναι οι αντιδράσεις στις οποίες δύο ή περισσότεροι ελαφροί πυρήνας ενώνονται σε ένα βαρύτερο πυρήνα με $A<56$.
π.χ.

$$^{3}_{1}\mathrm{H} + {}^{2}_{1}\mathrm{H} \rightarrow {}^{4}_{2}\mathrm{He} + {}^{1}_{0}\mathrm{n} + 17{,}6\ \mathrm{MeV}$$

Είναι οι αντιδράσεις που γίνονται στο εσωτερικό των άστρων. Στο εσωτερικό του Ήλιου γίνεται ο κύκλος πρωτονίου - πρωτονίου:

$$^{1}_{1}\mathrm{H} + {}^{1}_{1}\mathrm{H} \rightarrow {}^{2}_{1}\mathrm{H} + e^{+} + \nu_e$$

$$^{1}_{1}\mathrm{H} + {}^{2}_{1}\mathrm{H} \rightarrow {}^{3}_{2}\mathrm{He} + \gamma$$

$$^{1}_{1}\mathrm{H} + {}^{3}_{2}\mathrm{He} \rightarrow {}^{4}_{2}\mathrm{He} + e^{+} + \nu_e$$

Οι αντιδράσεις σύντηξης είναι πολύ περισσότερο αποδοτικές από τις αντιδράσεις σχάσης αλλά απαιτούν θερμοκρασίες εκατομμυρίων βαθμών για να ξεκινήσουν, και γι' αυτό ονομάζονται θερμοπυρηνικές.

Στοιχειώδη σωματίδια

Οι δομικοί λίθοι του σύμπαντος είναι τα στοιχειώδη σωματίδια και σωμάτια (πιο σύνθετες δομές). Αν και τα γνωστότερα συστατικά των ατόμων είναι το πρωτόνιο (proton) το νετρόνιο (neutron) και το ηλεκτρόνιο (electron), ωστόσο δεν είναι τα μόνα.

Για κάθε σωματίδιο ύλης υπάρχει ένα αντισωματίδιο (που ανήκει στην αντιύλη anti-matter).

Ένα σωματίδιο αντιύλης έχει την ίδια μάζα και σπιν με το αντίστοιχο σωματίδιο ύλης αλλά αντίθετες τους άλλους κβαντικούς αριθμούς του: φορτίο, parity, στροφικότητα, κτλ. Συμβολίζονται με μία γραμμή πάνω από το όνομα του σωματιδίου, πχ. p : πρωτόνιο, $\bar{\mathrm{p}}$ αντιπρωτόνιο, αλλά και e^-: ηλεκτρόνιο, e^+ : ποζιτρόνιο (αντιηλεκτρόνιο). Μερικά σωματίδια είναι τα ίδια το αντισωματίδιο του εαυτού τους: π.χ. το φωτόνιο γ, το ουδέτερο μποζόνιο Z^o, το μεσόνιο $\eta_c=c\bar{c}$, κτλ.

[Μποζόνια (bosons): σωματίδια με ακέραιο σπιν, ακολουθούν την κατανομή Bose - Einstein. Φερμιόνια (fermions): σωματίδια με ημιακέραιο σπιν, ακολουθούν την κατανομή Fermi – Dirac. Τα φερμιόνια δεν μπορούν να βρίσκονται στην ίδια κατάσταση στην ίδια περιοχή του χώρου (απαγορευτική αρχή του Pauli), σε αντίθεση με τα μποζόνια στα οποία δεν υπάρχει αυτός ο περιορισμός]

Η αντιύλη είναι εξαιρετικά σπάνια στο σύμπαν γιατί έχει σχεδόν ολόκληρη αλληλεπιδράσει με την ύλη, δίνοντας φωτόνια. Όταν ένα σωμάτιο ύλης και ένα αντιύλης έρθουν σε επαφή εξαϋλώνονται αμοιβαία δίνοντας το αντίστοιχο της μάζας τους σε ενέργεια με την μορφή φωτονίων (φαινόμενο εξαΰλωσης).

Υπάρχουν τρεις κατηγορίες σωματιδίων αδρόνια (hadron) και λεπτόνια (lepton) και σωματίδια φορείς αλληλεπιδράσεων.

Αδρόνια (hadrons)
Έχουν εσωτερική δομή, αποτελούνται από άλλα σωματίδια. Υπάρχουν σε δύο τύπους: τα βαρυόνια (baryons) που σχηματίζονται από 3 quarks, πχ p=uud, και τα μεσόνια (mesons) που σχηματίζονται από ζεύγος quark, antiquark, πχ. $\pi^+ = u\bar{d}$

Λεπτόνια (leptons)
Δεν έχουν εσωτερική δομή, δεν συμμετέχουν στον σχηματισμό άλλων σωματιδίων, δεν αλληλεπιδρούν με την ισχυρή πυρηνική δύναμη.

Σωματίδια φορείς (force carriers)
Ανταλλάσσονται μεταξύ των σωματιδίων στις 4 αλληλεπιδράσεις της φύσης. (Δες : *Οι Τέσσερις Δυνάμεις της Φύσης* σελίδα 10)

Κουάρκ (quark)
Τα συστατικά των Αδρονίων. Είναι σωματίδια με φορτίο κλάσμα του στοιχειώδους φορτίου e του ηλεκτρονίου. Δεν μπορούν να βρεθούν σε ελεύθερη κατάσταση αλλά μόνο μέσα σε αδρόνια (*ασυμπτωτική ελευθερία*) και μάλιστα μόνο σε συνδυασμούς που δίνουν ακέραιο στοιχειώδες φορτίο e. Το όνομά τους το βρήκε ο φυσικός Gell-Mann σε ένα στίχο του James Joyce στο ποίημα "Finnegan's wake" και δεν σημαίνει απολύτως τίποτα!

Κουάρκ (Quarks) spin=1/2			**Λεπτόνια** (Leptons) spin=1/2		
Τύπος flavor	Μάζα GeV/c²	Φορτίο	Τύπος flavor	Μάζα GeV/c²	Φορτίο
u up **d** down	0.003 0.006	2/3 -1/3	ν_e νετρίνο ηλεκτρονίου **e** ηλεκτρόνιο	$<1\cdot10^{-8}$ $5{,}1\cdot10^{-4}$	0 -1
c charm **s** strange	1.3 0.1	2/3 -1/3	ν_μ νετρίνο μιονίου **μ** μιόνιο	$<2\cdot10^{-4}$ 0,106	0 -1
t top **b** bottom	175 4.3	2/3 -1/3	ν_e νετρίνο ταυ **τ** ταυ	$<2\cdot10^{-2}$ 1,7771	0 -1

Τα ονόματα των quark στα ελληνικά: επάνω, κάτω, γοητευτικό, παράξενο, κορυφή, πυθμένας
Κάθε quark έχει και ένα από τα τρία είδη 'χρώματος' color (καμία σχέση με πραγματικά χρώματα) που είναι ένα είδος 'φορτίου' για την ισχυρή πυρηνική δύναμη. Τα quark αλληλεπιδρούν μεταξύ τους ανταλλάσσοντας γλουόνια (gluons). Τα λεπτόνια, το φωτόνιο και τα W και Z ενδιάμεσα διανυσματικά μποζόνια (vector bosons) δεν έχουν 'χρώμα' και συνεπώς δεν αλληλεπιδρούν με την ισχυρή πυρηνική δύναμη.

Σωματίδια φορείς αλληλεπιδράσεων (spin 1)						
Βαρύτητα (gravity)	Ηλεκτρασθενής (electroweak)					Ισχυρή (strong)
Βαρυτόνιο (graviton)	Ασθενής (weak)			Ηλεκτρομαγνητική (electromagnetic)			**Γλουόνιο** (gluon)
		Μάζα GeV/c²	Φορτίο		Μάζα GeV/c²	Φορτίο	
Δεν έχει παρατηρηθεί ακόμα	**W⁺** **W⁻** **Z⁰**	80,4 80,4 91,18	+1 -1 0	φωτόνιο (photon) **γ**	0	0	μάζα 0, φορτίο 0

Για κάθε quark πρέπει να υπολογίσουμε ότι υπάρχει σε 3 'χρώματα'. Άρα: 18 σωματίδια. Υπάρχουν 6 σωματίδια φορείς. Άρα 24 σωματίδια. Επί δύο γιατί υπάρχει για καθένα από αυτά και το αντισωματίδιό του άρα 48 *τελείως* στοιχειώδη σωματίδια. Αυτή είναι η μέχρι σήμερα γνώση μας για τον κόσμο, το standard model.

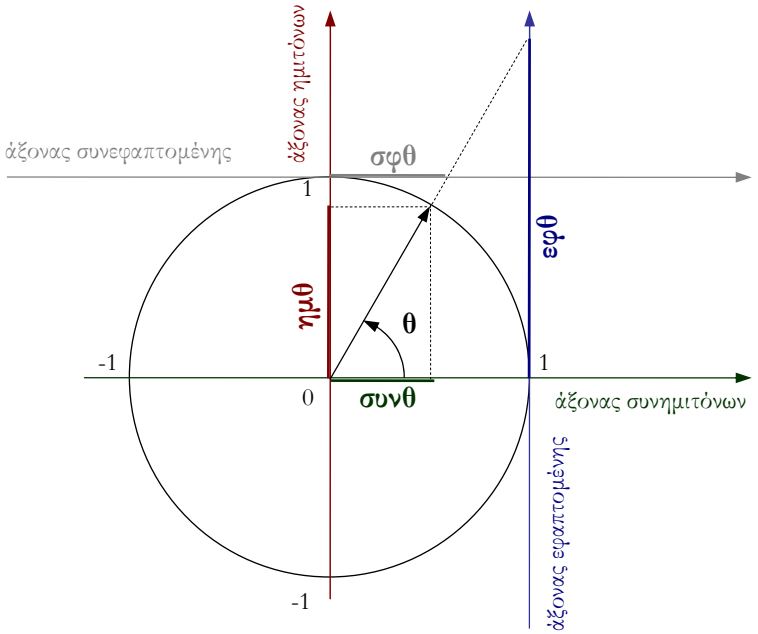
Οι φυσικοί προσπαθούν να καταλάβουν την 'ενοποιό ιδέα' που βρίσκεται πίσω από την τόση πολυπλοκότητα της φύσης. Οι προσπάθειές τους εντοπίζονται στην ενοποίηση των 4 δυνάμεων της φύσης, σε μία δύναμη που στον κόσμο μας εμφανίζεται με 4 πρόσωπα. Η προσπάθεια αυτή ενοποίησε ήδη την ηλεκτρομαγνητική και την ασθενή δύναμη σε μία την *ηλεκτρασθενή*, ενώ με τις άλλες θεωρίες ενοποίησης (Grand Unified Theories) ενοποιείται και η ισχυρή δύναμη με την ηλεκτρασθενή. Αυτή που διαφεύγει είναι 'ταπεινή' βαρύτητα. Ελπίδες για μία τελική θεωρία ενοποίησης προσφέρουν οι θεωρίες χορδών και υπερχορδών (string και superstring theories)

Παράρτημα Α

Τριγωνομετρικοί Τύποι

$$\text{ημίτονο} = \frac{\text{απέναντι κάθετος}}{\text{υποτείνουσα}}, \qquad \text{συνημίτονο} = \frac{\text{προσκείμενη κάθετος}}{\text{υποτείνουσα}}$$

$$\text{εφαπτομένη} = \frac{\text{απέναντι κάθετος}}{\text{προσκείμενη κάθετος}}, \qquad \text{συνεφαπτομένη} = \frac{\text{προσκείμενη κάθετος}}{\text{απέναντι κάθετος}}$$



Ο τριγωνομετρικός κύκλος

$\text{ημ}^2\theta+\text{συν}^2\theta = 1$	$\text{εφ}\theta = \frac{\text{ημ}\theta}{\text{συν}\theta}$	$\text{εφ}\theta\text{σφ}\theta=1$
Περιοδικότητα	Γωνίες που διαφέρουν π	Γωνίες με άθροισμα π
ημ(2kπ+θ)=ημθ συν(2kπ+θ)=συνθ εφ(kπ+θ)=εφθ σφ(kπ+θ)=σφθ	ημ(π-θ)=ημθ συν(π-θ)=-συνθ εφ(π-θ)=-εφθ σφ(π-θ)=-σφθ	ημ(π+θ)=-ημθ συν(π+θ)=-συνθ εφ(π+θ)=εφθ σφ(π+θ)=σφθ
Γωνίες που διαφέρουν π/2	Γωνίες με άθροισμα π/2	Γωνίες αντίθετες
$\text{ημ}(\frac{\pi}{2}-\theta)=\text{συν}\theta$ $\text{συν}(\frac{\pi}{2}-\theta)=\text{ημ}\theta$ $\text{εφ}(\frac{\pi}{2}-\theta)=\text{σφ}\theta$ $\text{σφ}(\frac{\pi}{2}-\theta)=\text{εφ}\theta$	$\text{ημ}(\frac{\pi}{2}+\theta)=\text{συν}\theta$ $\text{συν}(\frac{\pi}{2}+\theta)=-\text{ημ}\theta$ $\text{εφ}(\frac{\pi}{2}+\theta)=-\text{σφ}\theta$ $\text{σφ}(\frac{\pi}{2}+\theta)=-\text{εφ}\theta$	ημ(-θ)=-ημθ συν(-θ)=συνθ εφ(-θ)=-εφθ σφ(-θ)=-σφθ

Τριγωνομετρικοί αριθμοί κυριότερων γωνιών

γωνία θ	0	30	45	60	90	180	270	360
	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
ημθ	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
συνθ	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
εφθ	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	$+\infty$	0	$-\infty$	0
σφθ	$+\infty$	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	$-\infty$	0	$+\infty$

Τριγωνομετρικές εξισώσεις	
$\eta\mu x=\eta\mu\theta \Leftrightarrow \begin{matrix} x=2k\pi+\theta \\ x=2k\pi+\pi-\theta \end{matrix}$	$\varepsilon\varphi x=\varepsilon\varphi\theta \Leftrightarrow x=k\pi+\theta$
$\sigma\upsilon\nu x=\sigma\upsilon\nu\theta \Leftrightarrow x=2k\pi\pm\theta$	$\sigma\varphi x=\sigma\varphi\theta \Leftrightarrow x=k\pi+\theta$

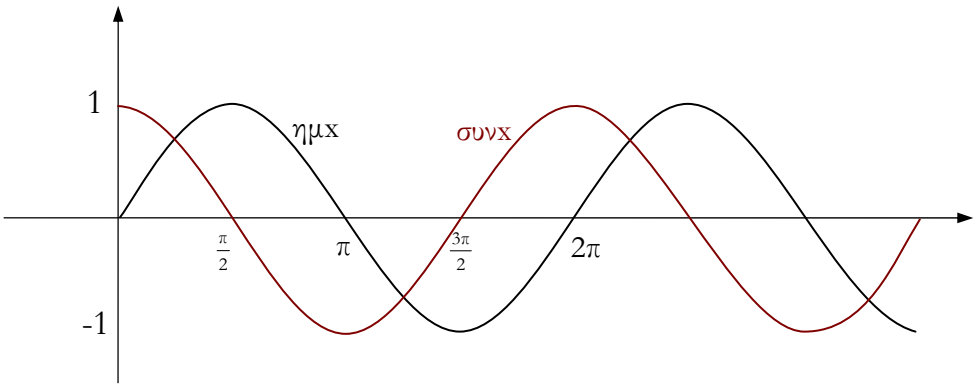
Τριγωνομετρικοί αριθμοί αθροίσματος	Τριγωνομετρικοί αριθμοί διπλάσιου τόξου	
$\eta\mu(\alpha\pm\beta)=\eta\mu\alpha\sigma\upsilon\nu\beta\pm\sigma\upsilon\nu\alpha\eta\mu\beta$ $\sigma\upsilon\nu(\alpha\pm\beta)=\sigma\upsilon\nu\alpha\sigma\upsilon\nu\beta\mp\eta\mu\alpha\eta\mu\beta$ $\varepsilon\varphi(\alpha\pm\beta)=\frac{\varepsilon\varphi\alpha\pm\varepsilon\varphi\beta}{1\mp\varepsilon\varphi\alpha\varepsilon\varphi\beta}$ $\sigma\varphi(\alpha\pm\beta)=\frac{\sigma\varphi\alpha\sigma\varphi\beta\mp1}{\sigma\varphi\beta\pm\sigma\varphi\alpha}$	$\eta\mu2\alpha=2\eta\mu\alpha\sigma\upsilon\nu\alpha$ $\sigma\upsilon\nu2\alpha=\sigma\upsilon\nu^2\alpha-\eta\mu^2\alpha$ $=2\sigma\upsilon\nu^2\alpha-1$ $=1-2\eta\mu^2\alpha$	$\varepsilon\varphi2\alpha=\frac{2\varepsilon\varphi\alpha}{1-\varepsilon\varphi^2\alpha}$ $\sigma\varphi2\alpha=\frac{\sigma\varphi^2\alpha-1}{2\sigma\varphi\alpha}$
Τριγ. αριθμοί τριπλάσιου τόξου	Τύποι αποτετραγωνισμού	
$\eta\mu3\alpha=3\eta\mu\alpha-4\eta\mu^3\alpha$ $\sigma\upsilon\nu3\alpha=4\sigma\upsilon\nu^3\alpha-3\sigma\upsilon\nu\alpha$ $\varepsilon\varphi3\alpha=\frac{3\varepsilon\varphi\alpha-\varepsilon\varphi^3\alpha}{1-3\varepsilon\varphi^2\alpha}$ $\sigma\varphi3\alpha=\frac{\sigma\varphi^3\alpha-3\sigma\varphi\alpha}{3\sigma\varphi^2\alpha-1}$	$\eta\mu^2\alpha=\frac{1-\sigma\upsilon\nu2\alpha}{2}$ $\sigma\upsilon\nu^2\alpha=\frac{1+\sigma\upsilon\nu2\alpha}{2}$	$\varepsilon\varphi^2\alpha=\frac{1-\sigma\upsilon\nu2\alpha}{1+\sigma\upsilon\nu2\alpha}$ $\sigma\varphi^2\alpha=\frac{1+\sigma\upsilon\nu2\alpha}{1-\sigma\upsilon\nu2\alpha}$

$-1 \le \eta\mu x \le 1, \quad -1 \le \sigma\upsilon\nu x \le 1, \quad -\infty \le \varepsilon\varphi x \le \infty, \quad -\infty \le \sigma\varphi x \le \infty,$

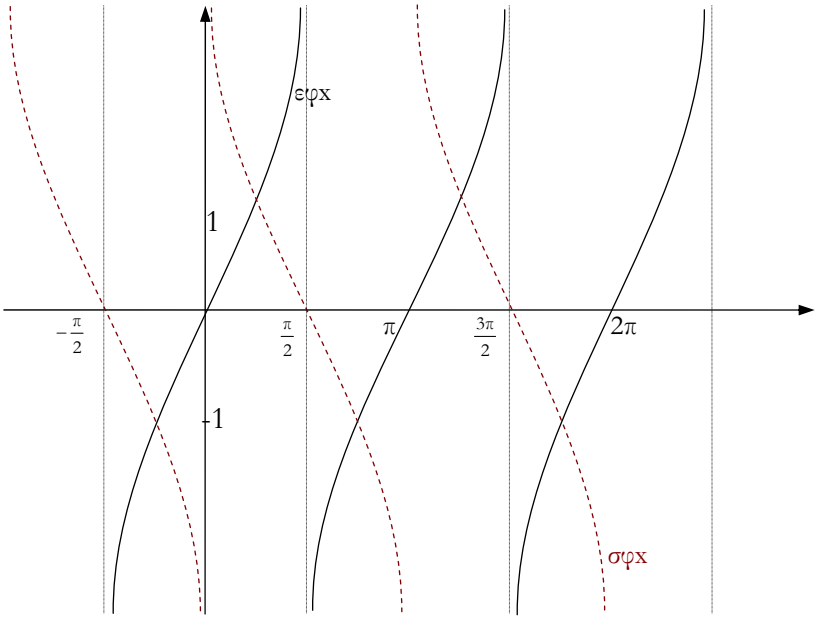
Άθροισμα τριγωνομετρικών αριθμών	
$\eta\mu\alpha+\eta\mu\beta=2\eta\mu\frac{\alpha+\beta}{2}\sigma\upsilon\nu\frac{\alpha-\beta}{2}$ $\eta\mu\alpha-\eta\mu\beta=2\sigma\upsilon\nu\frac{\alpha+\beta}{2}\eta\mu\frac{\alpha-\beta}{2}$	$\sigma\upsilon\nu\alpha+\sigma\upsilon\nu\beta=2\sigma\upsilon\nu\frac{\alpha+\beta}{2}\sigma\upsilon\nu\frac{\alpha-\beta}{2}$ $\sigma\upsilon\nu\alpha-\sigma\upsilon\nu\beta=2\eta\mu\frac{\alpha+\beta}{2}\eta\mu\frac{\alpha-\beta}{2}$
$\varepsilon\varphi\alpha+\varepsilon\varphi\beta=\frac{\eta\mu(\alpha+\beta)}{\sigma\upsilon\nu\alpha\sigma\upsilon\nu\beta}$ $\varepsilon\varphi\alpha-\varepsilon\varphi\beta=\frac{\eta\mu(\alpha-\beta)}{\sigma\upsilon\nu\alpha\sigma\upsilon\nu\beta}$	$\sigma\varphi\alpha+\sigma\varphi\beta=\frac{\eta\mu(\alpha+\beta)}{\eta\mu\alpha\eta\mu\beta}$ $\sigma\varphi\alpha-\sigma\varphi\beta=\frac{\eta\mu(\alpha-\beta)}{\eta\mu\alpha\eta\mu\beta}$

ημα και συνα σαν ρητές συναρτήσεις της εφ(α/2)	Γινόμενα (τύποι του Werner)
$\eta\mu\alpha=\frac{2\varepsilon\varphi\frac{\alpha}{2}}{1+\varepsilon\varphi^2\frac{\alpha}{2}}$ $\sigma\upsilon\nu\alpha=\frac{1-\varepsilon\varphi^2\frac{\alpha}{2}}{1+\varepsilon\varphi^2\frac{\alpha}{2}}$	$\eta\mu\alpha\eta\mu\beta=\frac{1}{2}[\sigma\upsilon\nu(\alpha-\beta)-\sigma\upsilon\nu(\alpha+\beta)]$ $\eta\mu\alpha\sigma\upsilon\nu\beta=\frac{1}{2}[\eta\mu(\alpha+\beta)+\eta\mu(\alpha-\beta)]$ $\sigma\upsilon\nu\alpha\sigma\upsilon\nu\beta=\frac{1}{2}[\sigma\upsilon\nu(\alpha+\beta)+\sigma\upsilon\nu(\alpha-\beta)]$

Θεώρημα ημιτόνων
$\frac{\alpha}{\eta\mu A}=\frac{\beta}{\eta\mu B}=\frac{\gamma}{\eta\mu\Gamma}=2R$ *όπου α, β, γ οι πλευρές και Α, Β, Γ οι γωνίες ενός τριγώνου και R η ακτίνα του περιγεγραμμένου κύκλου*
Θεώρημα συνημιτόνων
$\alpha^2=\beta^2+\gamma^2-2\beta\gamma\eta\mu A$ $\beta^2=\gamma^2+\alpha^2-2\gamma\alpha\eta\mu B$ $\gamma^2=\alpha^2+\beta^2-2\alpha\beta\eta\mu\Gamma$



Γραφική παράσταση ημιτόνου - συνημιτόνου



Γραφική παράσταση εφαπτομένης - συνεφαπτομένης

Ταυτότητες

$(\alpha\pm\beta)^2=\alpha^2\pm2\alpha\beta+\beta^2$
$(\alpha\pm\beta)^3=\alpha^3\pm3\alpha^2\beta+3\alpha\beta^2\pm\beta^3$
$(\alpha\pm\beta)^4=\alpha^4\pm4\alpha^3\beta+6\alpha^2\beta^2\pm4\alpha\beta^3+\beta^4$

Για να βρούμε την δύναμη οποιασδήποτε τάξης: ξεκινάμε από την ίδια δύναμη για το α και μειώνουμε κατά ένα ενώ αυξάνουμε κατά ένα την δύναμη του β. Στα γινόμενα χρησιμοποιούμε συντελεστές που τους βρίσκουμε από το τρίγωνο του Pascal

1
1 1
1 2 1
1 3 3 1
1 4 6 4 1
1 5 10 10 5 1
1 6 15 20 15 6 1
. . . . . .

ή εναλλακτικά από τον τύπο του *διώνυμο του Νεύτωνα*:

$$(\alpha+\beta)^n=\binom{n}{0}\alpha^n+\binom{n}{1}\alpha^{n-1}\beta+\binom{n}{2}\alpha^{n-2}\beta^2+\ldots+\binom{n}{n-1}\alpha\beta^{n-1}+\binom{n}{n}\beta^n$$

όπου $\binom{n}{k}=\frac{n!}{k!(n-k)!}$ (διωνυμικός συντελεστής) και $n!=1\cdot2\cdot3\cdots(n-1)\cdot n$ (ν – παραγοντικό)

$\alpha^2-\beta^2=(\alpha-\beta)(\alpha+\beta)$ (διαφορά τετραγώνων)
$\alpha^3-\beta^3=(\alpha-\beta)(\alpha^2+\alpha\beta+\beta^2)$
$\alpha^4-\beta^4=(\alpha-\beta)(\alpha^3+\alpha^2\beta+\alpha\beta^2+\beta^3)$
$\alpha^5-\beta^5=(\alpha-\beta)(\alpha^4+\alpha^3\beta+\alpha^2\beta^2+\alpha\beta^3+\beta^4)$
……
$\alpha^\nu-\beta^\nu=(\alpha-\beta)(\alpha^{\nu-1}+\alpha^{\nu-2}\beta+\alpha^{\nu-3}\beta^2+\ldots+\alpha\beta^{\nu-2}+\beta^{\nu-1})$

$\alpha^2-\beta^2=(\alpha+\beta)(\alpha-\beta)$
$\alpha^4-\beta^4=(\alpha+\beta)(\alpha^3-\alpha^2\beta+\alpha\beta^2-\beta^3)$
……
$\alpha^{2\nu}-\beta^{2\nu}=(\alpha+\beta)(\alpha^{2\nu-1}-\alpha^{2\nu-2}\beta+\alpha^{2\nu-3}\beta^2-\ldots+\alpha\beta^{2\nu-2}-\beta^{2\nu-1})$

$\alpha^3+\beta^3=(\alpha+\beta)(\alpha^2-\alpha\beta+\beta^2)$
$\alpha^5+\beta^5=(\alpha+\beta)(\alpha^4-\alpha^3\beta+\alpha^2\beta^2-\alpha\beta^3+\beta^4)$
……
$\alpha^{2\nu+1}+\beta^{2\nu+1}=(\alpha+\beta)(\alpha^{2\nu}-\alpha^{2\nu-1}\beta+\alpha^{2\nu-2}\beta^2-\ldots-\alpha\beta^{2\nu-1}+\beta^{2\nu})$
(δεν υπάρχει γενικός τύπος για το $\alpha^{2\nu}+\beta^{2\nu}$)

Δυνάμεις

Ορισμός $\alpha^{\nu}=\underbrace{\alpha\cdot\alpha\cdot\alpha\cdot\ldots\cdot\alpha}_{\nu\ \text{φορές}}$			
$\alpha^{\nu}\alpha^{\mu}=\alpha^{\nu+\mu}$ $\frac{\alpha^{\nu}}{\alpha^{\mu}}=\alpha^{\nu-\mu}$	$(\alpha\beta)^{\nu}=\alpha^{\nu}\beta^{\nu}$ $\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^{\nu}=\frac{\alpha^{\nu}}{\beta^{\nu}}$	$\alpha^{-\nu}=\frac{1}{\alpha^{\nu}}$ $\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^{-\nu}=\left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^{\nu}$	$\left(\alpha^{\nu}\right)^{\mu}=\alpha^{\nu\mu}$

Ρίζες

Ορισμοί: $x^{\nu}=\alpha \Leftrightarrow x=\sqrt[\nu]{\alpha}$, $\sqrt[\nu]{\alpha}=\alpha^{\frac{1}{\nu}}$, $\sqrt[\nu]{\alpha^{\mu}}=\alpha^{\frac{\mu}{\nu}}$			
$\sqrt[\nu]{\alpha}\cdot\sqrt[\nu]{\beta}=\sqrt[\nu]{\alpha\beta}$ $\frac{\sqrt[\nu]{\alpha}}{\sqrt[\nu]{\beta}}=\sqrt[\nu]{\frac{\alpha}{\beta}}$	$\sqrt[\nu]{\alpha}\cdot\sqrt[\mu]{\alpha}=\sqrt[\nu\mu]{\alpha^{\nu+\mu}}$ $\frac{\sqrt[\nu]{\alpha}}{\sqrt[\mu]{\alpha}}=\sqrt[\nu\mu]{\alpha^{\mu-\nu}}$	$\sqrt[\mu]{\sqrt[\nu]{\alpha}}=\sqrt[\nu\mu]{\alpha}$ $\left(\sqrt[\nu]{\alpha}\right)^{\mu}=\sqrt[\nu]{\alpha^{\mu}}$	$\sqrt{\alpha}=\alpha^{\frac{1}{2}}$
η εξίσωση $x^{\nu}=\alpha$ έχει λύση:			
ν άρτιος		ν περιττός	
$\alpha>0$	$\alpha<0$	δύο ρίζες στο $\Re$ $\sqrt[\nu]{\alpha}$ (θετική) $\sqrt[\nu]{-\alpha}$ (αρνητική)	
δύο ρίζες $+\sqrt[\nu]{\alpha}$ και $-\sqrt[\nu]{\alpha}$	καμία ρίζα στο $\Re$		

Λογάριθμοι

αν $\alpha^{x}=\beta$ τότε $x=\log_{\alpha}\beta$ αν $e^{x}=\beta$ τότε $x=\ln\beta$ αν $10^{x}=\beta$ τότε $x=\log\beta$ $e=2{,}71828\ldots$, $\alpha>0$, $\alpha\neq1$, $\beta>0$			
$\log_{a}1=0$ $\log_{a}a=1$ $a^{\log_{a}\beta}=\beta$	$\log_{\alpha}(\beta\cdot\gamma)=\log_{\alpha}\beta+\log_{\alpha}\gamma$ $\log_{\alpha}(\frac{\beta}{\gamma})=\log_{\alpha}\beta-\log_{\alpha}\gamma$	$\log_{\alpha}\beta^{\kappa}=\kappa\log_{\alpha}\beta$ $\log_{\alpha}\sqrt[\nu]{\beta}=\frac{1}{\nu}\log_{\alpha}\beta$	*αλλαγή βάσης* $\log_{\alpha}\beta=\frac{\log_{\gamma}\beta}{\log_{\gamma}\alpha}$

Πρόοδοι

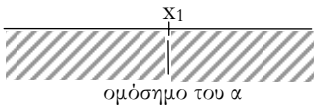
Αριθμητική	Γεωμετρική
$\alpha_{\nu}=\alpha_{1}+(\nu-1)\omega$, $\omega=\alpha_{\nu+1}-\alpha_{\nu}$ $S_{\nu}=\frac{\alpha_{1}+\alpha_{\nu}}{2}\nu$	$\alpha_{\nu}=\alpha_{1}\lambda^{\nu-1}$, $\lambda=\frac{\alpha_{\nu+1}}{\alpha_{\nu}}$ $S_{\nu}=\alpha_{1}\frac{1-\lambda^{\nu}}{1-\lambda}$, $S_{\infty}=\alpha_{1}\frac{1}{1-\lambda}$ για $\lambda<1$

Δευτεροβάθμια εξίσωση

Η εξίσωση $\alpha x^{2}+\beta x+\gamma=0$ με $\Delta=\beta^{2}-4\alpha\gamma$ έχει		
$\Delta>0$ δύο ρίζες στο $\Re$ άνισες	$\Delta=0$ μία διπλή ρίζα στο $\Re$	$\Delta<0$ καμία ρίζα στο $\Re$
$x_{1,2}=\frac{-\beta\pm\sqrt{\Delta}}{2\alpha}$	$x=\frac{-\beta}{2\alpha}$	-

Η εξίσωση $\alpha x^{2}+\beta x+\gamma=0$ με ρίζες x_1 και x_2 έχει	
άθροισμα ριζών $S=\frac{-\beta}{\alpha}$	γινόμενο ριζών $P=\frac{\gamma}{\alpha}$
Αν γνωρίζουμε το άθροισμα S και το γινόμενο P δύο αριθμών ρ_1 και ρ_2 τότε μία εξίσωση που έχει ρίζες τα ρ_1 και ρ_2 είναι:	

$$x^2 - Sx + P = 0$$

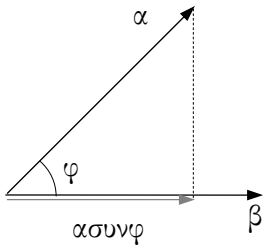
Το τριώνυμο $\alpha x^2+\beta x+\gamma$ έχει πρόσημο		
$\Delta>0$ δύο ρίζες x_1 και x_2	$\Delta=0$ μία διπλή ρίζα x	$\Delta<0$ καμία ρίζα στο $\mathfrak{R}$
Ετερόσημο του α ανάμεσα στις ρίζες, ομόσημο του α έξω από τις ρίζες 	Ομόσημο του α παντού εκτός από τι ρίζα όπου x=0  	ομόσημο του α παντού

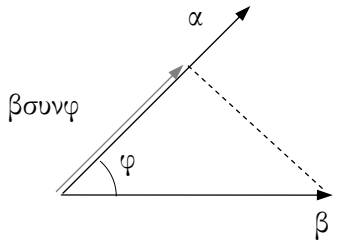
Παράρτημα Β

Εσωτερικό γινόμενο διανυσμάτων

(Scalar product)

Για δύο διανύσματα $\vec{\alpha}=(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$ και $\vec{\beta}=(\beta_1, \beta_2, \beta_3)$ με γωνία φ μεταξύ τους ορίζουμε ως εσωτερικό γινόμενο $\vec{\alpha}\cdot\vec{\beta}$ τον αριθμό ($\in \Re$)





$\vec{\alpha}\cdot\vec{\beta}=\alpha\beta\sigma\upsilon\nu\varphi$, με $0\le\varphi\le\pi$ $\qquad$ $\vec{\alpha}\cdot\vec{\beta}=\alpha_1\beta_1+\alpha_2\beta_2+\alpha_3\beta_3$

$\vec{\alpha}\cdot\vec{\beta}=0 \Leftrightarrow \vec{\alpha}\perp\vec{\beta}$ $\qquad$ $\vec{\alpha}\cdot\vec{\beta}=\alpha\beta \Leftrightarrow \vec{\alpha}\,||\,\vec{\beta}$

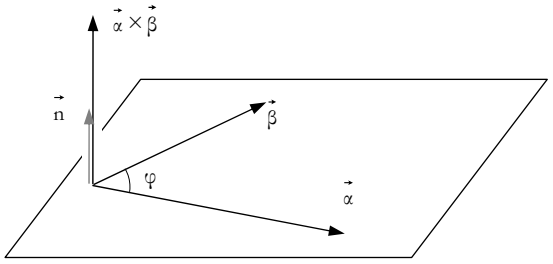
Εξωτερικό γινόμενο διανυσμάτων

(Vector product)

Για δύο διανύσματα $\vec{\alpha}=(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$ και $\vec{\beta}=(\beta_1, \beta_2, \beta_3)$ με γωνία φ μεταξύ τους ορίζουμε ως εξωτερικό γινόμενο $\vec{\alpha}\times\vec{\beta}$ το διάνυσμα:

$\vec{\alpha}\times\vec{\beta}=\alpha\beta\eta\mu\varphi\cdot\vec{n}$

όπου $\vec{n}$ είναι ένα *μοναδιαίο* (n=1) διάνυσμα κάθετο στο επίπεδο που σχηματίζουν τα $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ και με τέτοια φορά ώστε τα διανύσματα $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ και $\vec{n}$ να σχηματίζουν ένα δεξιόστροφο σύστημα (αν περιστρέψουμε το $\vec{\alpha}$ προς το μέρος του $\vec{\beta}$ με την μικρότερη γωνία τότε το $\vec{n}$ να έχει την φορά κίνησης του δεξιόστροφου κοχλία ή του δεξιού χεριού)



ισχύει:

$$\vec{\alpha}\times\vec{\beta}=\begin{bmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ \alpha_1 & \alpha_2 & \alpha_3\\ \beta_1 & \beta_2 & \beta_3\end{bmatrix} \qquad \vec{\alpha}\times\vec{\beta}=(\alpha_2\beta_3-\alpha_3\beta_2)\,\vec{i}+(\alpha_1\beta_3-\alpha_3\beta_1)\,\vec{j}+(\alpha_1\beta_2-\alpha_2\beta_1)\,\vec{k}$$

$\vec{\alpha}\times\vec{\beta}=-\,\vec{\beta}\times\vec{\alpha}$ $\qquad$ $\vec{\alpha}\times\vec{\beta}=\vec{0} \Leftrightarrow \vec{\alpha}\,||\,\vec{\beta}$ $\qquad$ $\vec{\alpha}\times\vec{\beta}=\alpha\beta\vec{n} \Leftrightarrow \vec{\alpha}\perp\vec{\beta}$

Παράρτημα Γ

Οι κυριότερες φυσικές σταθερές

Ποσότητα	Σύμβολο	Τιμή
Ατομική μονάδα μάζας	u (a.m.u.)	$1.66054\cdot10^{-27}$ Kg 931.434 MeV/c^2
Αριθμός Avogadro	N_A	$6.022136\cdot10^{23}$(g mol)$^{-1}$
Ακτίνα του Bohr	$\alpha_o=\frac{\hbar^2}{m_e e^2 k}$	$0{,}52918\cdot10^{-10}$ m
Σταθερά Boltzmann	$k=R/N_A$	$1.3807\cdot10^{-23}$ J/K
Μάζα ηλεκτρονίου	m_e	$9.10939\cdot10^{-31}$ Kg $5.485799\cdot10^{-4}$ u 0.51099906 MeV/c^2
Ηλεκτρονιοβόλτ	eV	$1.602177\cdot10^{-19}$ J
Στοιχειώδες φορτίο	e	$1.602177\cdot10^{-19}$ C
Παγκόσμια σταθερά των αερίων	R	8.314510 J/Kmol
Σταθερά της παγκόσμιας έλξης	G	$6.67259\cdot10^{-11}$ Nm²/Kg²
Ενέργεια θεμελιώδους τροχιάς Υδρογόνου	$E_o=\frac{m_e e^4}{8\varepsilon_o^2 h^2}$	13,605698 eV
Μάζα νετρονίου	m_n	$1.674928\cdot10^{-27}$ Kg 1.008664904 u 939.56563 MeV/c^2
Μαγνητική διαπερατότητα του κενού	μ_o	$4\pi\cdot10^{-7}$ N/A²
Διηλεκτρική σταθερά του κενού	$\varepsilon_o=\frac{1}{\mu_o c^2}$	$8{,}85187817\cdot10^{-12}$ C²/Nm²
Σταθερά του Planck	h $\hbar=\frac{h}{2\pi}$	$6.626075\cdot10^{-34}$ Js $1.05457266\cdot10^{-34}$ Js
Μάζα πρωτονίου	m_p	$1.672623\cdot10^{-27}$ Kg 1.007276470 u 938.2723 MeV/c^2
Ταχύτητα του φωτός στο κενό	c	$2.99792458\cdot10^{8}$ m/s

ΕΥΡΕΤΗΡΙΟ

Α' Νόμος της Θερμοδυναμικής, 46
Α' Κανόνας Kirchhoff, 20
Αδιαβατική μεταβολή, 47
Αμοιβαία Επαγωγή Πηνίων, 26
Αμπερόμετρο, 21
Ανάκλαση φωτός
  νόμοι, 35
Αναλογίες Μηχανικής—Ηλεκτρικής Ταλάντωσης, 32
Ανάλυση διανύσματος σε συνιστώσες, 8
ανάλυση του λευκού φωτός, 37
Αντιδράσεις σύντηξης, 57
Αντιδράσεις σχάσης, 57
Αντίσταση Αγωγού, 19
  εξάρτηση από τη θερμοκρασία, 19
Αντιστρεπτή Μεταβολή, 46
Απόδοση κύκλου Carnot, 49
Αριθμός του Avogadro, 44
Αρχή Διατήρησης Ενέργειας, 15
Αρχή Διατήρησης Μηχανικής Ενέργειας, 14
Αρχή Διατήρησης της Ορμής, 43
Αρχή Διατήρησης της Στροφορμής, 41
Αρχή της ανεξαρτησίας των κινήσεων, 50
Αυτεπαγωγή, 25
Β' Θερμοδυναμικός Νόμος, 49
Β' Κανόνας Kirchhoff, 20
Β' Νόμος για τη μεταφορική κίνηση, 38
βαθμός ελευθερίας, 45
Βολή στο ομογενές βαρυτικό πεδίο, 50
Βολή στο ομογενές ηλεκτρικό πεδίο, 51
Βολτόμετρο, 21
Γραμμικά φάσματα, 54
Γραμμική Αρμονική Ταλάντωση, 29
Γωνία Διάθλασης, 36
Γωνιακή επιτάχυνση, 38
Δείκτης διάθλασης, 35
Διάθλαση φωτός, 35
Διαμαγνητικά υλικά, 23
Διασκεδασμός, 37
Διάσπαση α, 55
Διάσπαση β^-, 55
Διάσπαση β^+, 55
Διάσπαση γ, 56
Διάστημα, 4
Διατήρηση της ορμής σε σύστημα σωμάτων, 38
Διεθνές Σύστημα, 3
Διηλεκτρική Σταθερά, 18
Δορυφόρος, 51
Δύναμη, 8
Δύναμη Laplace, 24
Δύναμη Lorentz, 24
Δύναμη επαναφοράς, 29
Δυναμικές γραμμές, 17, 22
Ειδικές θερμότητες Αερίων, 45
Ελαστική Κρούση σε δύο διαστάσεις, 43
Ελαστική Κρούση σε μία διάσταση, 43
Έλικα, 52
Έλλειμμα μάζας, 56
Εμπέδηση, 27
  Αντιστάτη, 27
  Πηνίου, 27
  Πυκνωτή, 27
Εναλλασσόμενο Ρεύμα, 27
Ενέργεια, 13
  από αυτεπαγωγή, 26
  Αρχή Διατήρησης, 15
  Βαρύτητας, 14
  Δυναμική, 14
  Δυναμική ταλάντωσης, 29
  Ελατηρίου, 14
  Ενέργεια Πυκνωτή, 18
  Εσωτερική αερίου, 45
  Ηλεκτρική δυναμική, 14
  Ηλεκτρικού ρεύματος, 20
  Κινητική, 14
  Κινητική ταλάντωσης, 29
  Μέγιστη ηλεκτρικής ταλάντωσης, 31
  Μηχανική, 14
  Μηχανική ταλάντωσης, 29
Ενέργεια από αυτεπαγωγή, 26
Ενέργεια σύνδεσης, 56
Ενέργεια σύνδεσης ανά νουκλεόνιο, 56
Ενέργειες στο κλειστό κύκλωμα, 20
Ενεργός ταχύτητα, 44
Ενεργός τιμή Έντασης, 27
Ενεργός τιμή Τάσης, 27
Ένταση Ηλεκτρικού Ρεύματος, 19
Εντροπία, 49
Εξισώσεις Ηλεκτρικής ταλάντωσης, 30
εξίσωση de Broglie, 54
Εξίσωση κύματος, 33
Επαγωγή από περιστροφή αγωγού, 26
Επιτάχυνση, 6
  Επιτρόχια, 12
  Κεντρομόλος, 12
επιτρεπτές τροχιές, 54
Έργο, 13
  Ελατηρίου, 13
  Μεταβλητής δύναμης, 13
  Σταθερής δύναμης, 13
  Σταθερής δύναμης για περιστροφή, 42
  Τι εκφράζει, 15
  Τριβής, 13
Ευθύγραμμη Ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση, 6
  Διάγραμμα επιτάχυνσης - χρόνου, 6
  Διάγραμμα θέσης - χρόνου, 6
  Διάγραμμα ταχύτητας - χρόνου, 6
Ευθύγραμμη Ομαλή Κίνηση, 5
  Διάγραμμα Μετατόπισης - Χρόνου, 5
  Διάγραμμα Ταχύτητας - Χρόνου, 5
Ηλεκτρεγερτική Δύναμη Πηγής, 19
Ηλεκτρική Πηγή, 19
Ηλεκτρική ταλάντωση
  Ολική Ενέργεια, 31
  Σχέση ρεύματος - φορτίου, 31
  Σχέση τάσεων πυκνωτή - πηνίου, 31
Ηλεκτρικό Πεδίο

Διαφορά δυναμικού, 17
Δυναμικές γραμμές, 17
Δυναμικό, 17
Ένταση, 16
Ομογενές, 18
Ηλεκτρικό Ρεύμα, 19
Ενέργεια, 20
Ένταση, 19
Ισχύς, 20
Συμβατική φορά, 19
Ηλεκτρομαγνητικά Κύματα, 33
Ηλεκτρομαγνητικό Κύμα, 34
Θεμελιώδης εξίσωση της Κυματικής, 33
Θεμελιώδης Νόμος της Στροφικής Κίνησης, 41
Θερμικές Μηχανές, 48
Θερμοδυναμική, 46
Θεώρημα Steiner-Huygens, 40
Θεώρημα Έργου—Ενέργειας, 14
Στην στροφική κίνηση, 42
Θεώρημα Ισοκατανομής Ενεργειών, 45
Θεώρημα παράλληλων αξόνων, 40
Ιδανικά Αέρια, 44
Ισοβαρής Μεταβολή, 47
Ισόθερμη Μεταβολή, 46
Ισορροπία Στερεού Σώματος, 39
Ισόχωρη μεταβολή, 46
Ισχύς, 15
Εναλλασσόμενου ρεύματος, 28
Ηλεκτρικού ρεύματος, 20
Μέση εναλλασσόμενου, 28
Καμπυλόγραμμη Κίνηση, 11
Κανόνας του Lenz, 25
Κανόνας του δεξιόστροφου κοχλία, 23
Κανόνας του δεξιού χεριού, 23
Καταστατική Εξίσωση, 44
κβάντο φωτός, 54
Κέντρο μάζας, 38
Κινήσεις σε πεδία δυνάμεων, 50
Κίνηση σε Ομογενές Μαγνητικό Πεδίο, 52
Κινητική Ενέργεια, 43
Μέση κινητική μορίων, 44
Περιστροφής, 41
Κινητική Θεωρία των Αερίων, 44
Κρούσεις, 43
Κυκλική κίνηση, 11
γραμμική ταχύτητα, 11
Κεντρομόλος δύναμη, 11
Κεντρομόλος επιτάχυνση, 11
Ο β' νόμος Newton στην κυκλική κίνηση, 11
Περίοδος, 11
Συχνότητα, 11
Σχέση γραμμικής γωνιακής ταχύτητας, 11
Κυκλική μεταβολή, 47
Κυκλική συχνότητα
ταλάντωσης, 29
Κύκλος Carnot, 48
Κύκλος πρωτονίου - πρωτονίου, 57
Κύκλωμα RLC, 28
Κύλιση Τροχού, 42
Κύματα, 33
διαμήκη, 33
εγκάρσια, 33
Κυματοσωματιδιακός Δυϊσμός, 54
μαγνητική διαπερατότητα, 23
Μαγνητική Επαγωγή, 22
Μαγνητική Επαγωγή (Φαινόμενο), 25
Μαγνητική Ροή, 25
Μαγνητικό πεδίο
Δυναμικές γραμμές, 22
Ευθύγραμμου αγωγού, 22
Κυκλικού αγωγού, 23
Σωληνοειδούς, 23
Μαγνητικό Πεδίο, 22
Μαγνητισμός, 22
Μετατόπιση, 4
Μεταφορική κίνηση, 38
Μη αντιστρεπτή μεταβολή, 48
Μήκος, 3
Μήκος Κύματος, 33
Μηχανικά Κύματα, 33
Μηχανική Ενέργεια, 14
Αρχή Διατήρησης, 14
Μεταβολή, 14
Μονάδες εμβαδού όγκου, 3
Μοντέλο του Bohr, 54
Νόμοι Αερίων
Αδιαβατική μεταβολή, 44
Ισοβαρής μεταβολή, 44
Ισόθερμη μεταβολή, 44
Ισόχωρη μεταβολή, 44
Καταστατική εξίσωση, 44
Συνδυαστικός νόμος, 44
Νόμος Biot-Savart, 22
Νόμος Coulomb, 16
Νόμος Hooke, 8
Νόμος Von Neumann, 25
Νόμος Επαγωγής (Faraday), 25
Νόμος επαγωγής σε κινούμενο αγωγό, 26
Νόμος Παγκόσμιας έλξης Newton, 9
Νόμος της ραδιενεργούς μείωσης, 56
Νόμος του Joule, 19
Νόμος του Ohm
για εναλλασσόμενο ρεύμα, 27
στο κλειστό κύκλωμα, 20
Νόμος του Snell, 36
Νόμος του Ωμ, 19
Ο Α' νόμος Newton, 9
Ο Β' Νόμος Newton, 9
Ο Γ' Νόμος Newton, 9
Ολική Ανάκλαση, 36
Οριζόντια βολή, 50
Ορμή, 9
Αρχή διατήρησης, 10
Θεώρημα Ωθησης Ορμής, 10
Παραμαγνητικά υλικά, 23
Περιγραφή Θέσης Σώματος, 4
Σε επίπεδο, 4
Σε ευθεία γραμμή, 4
Στον χώρο, 4
Περίοδος

ταλάντωσης, 29
Περιστροφή με σταθερή γωνιακή επιτάχυνση, 42
Πλαστική Κρούση σε μία διάσταση, 43
Πολική Τάση, 21
Πολλαπλάσια, 3
Πυκνωτής, 18
Ενέργεια Πυκνωτή, 18
Χωρητικότητα, 18
Πυρηνικές Αντιδράσεις, 57
Ραδιενέργεια, 55
Ρεύμα βραχυκύκλωσης, 21
Ροπές αδράνειας μερικών ομογενών στερεών, 40
Ροπή Αδράνειας, 39
Ροπή δύναμης, 38
Ροπή Ζεύγους Δυνάμεων, 39
Σιδηρομαγνητικά υλικά, 23
Σταθερά του Boltzmann, 45
σταθερά του Planck, 54
Στάσιμο Κύμα, 33
Στερεό Σώμα, 38
Στροφική κίνηση, 38
Στροφορμή, 40
Στροφορμή Στερεού Σώματος, 41
Συμβολή κυμάτων, 33
Συνδεσμολογίες Αντιστάσεων, 20
Παράλληλα, 20
Σε σειρά, 20
Σύνθεση ταλαντώσεων, 32
Σύνθετη αντίσταση, 27
ΣΥΝΙΣΤΑΜΕΝΗ ΔΥΝΑΜΕΩΝ, 8
Συντελεστής απόδοσης θερμικής μηχανής, 48
Συντελεστής αυτεπαγωγής, 25
Συντηρητικές Δυνάμεις, 14
Συντονισμός
σε μηχανική ταλάντωση, 30
Συντονισμός στο RLC κύκλωμα, 28
Σχέση επιτάχυνσης - απομάκρυνσης, 29
Σχέση επιτάχυνσης – ταχύτητας, 29
Σχέση πλατών σε φθίνουσα ταλάντωση, 30
Σχέση ταχύτητας - απομάκρυνσης, 29
Ταλαντώσεις, 29
Ταλάντωση
Εξαναγκασμένη, 30
ηλεκτρική, 30
φθίνουσα, 30
Ταχύτητα, 5
γραμμική ταχύτητα, 11
γωνιακή ταχύτητα, 11
Ταχύτητα Διαφυγής, 50
Το μοντέλο του Ιδανικού Αερίου, 44
Το φως όταν αλλάζει μέσο διάδοσης, 35
Τριβή
Ολίσθησης, 9
Στατική, 9
Υποπολλαπλάσια, 3
Φαινόμενο Doppler, 33
Φορτίο, 16
Ιδιότητες, 16
Φυσικός Μαγνήτης, 22
Χαρακτηριστικές καμπύλες στοιχείων, 21
Χρόνος ημιζωής, 56
Χωρητικότητα, 18